

1. 다음 식을 간단히 하면?(단, $a > 0$)

$$(a^5)^2 \div (a^2)^{-4}$$

- ① a^3 ② a^{18} ③ a^{21} ④ $\frac{1}{a^3}$ ⑤ $\frac{1}{a^6}$

해설

$$\begin{aligned}(a^5)^2 \div (a^2)^{-4} &= a^{10} \div a^{-8} \\ &= a^{10-(-8)} = a^{18}\end{aligned}$$

2. $\log_{(x+2)} 5$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $-2 < x \leq -1, x > -1$

② $-2 < x < -1, x \geq -1$

③ $-2 < x < -1, x > -1$

④ $-2 < x < 1, x > 2$

⑤ $-2 < x < 2, x \geq 3$

해설

$x + 2 \neq 1, x + 2 > 0$ 으로부터
 $-2 < x < -1, x > -1$

3. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

해설

$$\begin{aligned}\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} &= \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}} \\ &= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\end{aligned}$$

4. $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ 이고 $\log_{a^2b} ab^2 = 3$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\log_{a^2b} ab^2 = \frac{\log ab^2}{\log a^2b} = \frac{\log a + 2\log b}{2\log a + \log b} = 3 \text{에서}$$

$$\log a + 2\log b = 6\log a + 3\log b$$

$$-5\log a = \log b$$

$$-5 = \log_a b$$

$$\therefore \log_a b = -5$$

5. $2\log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \sqrt{72} - \frac{1}{2} \log_3 8$ 을 간단히 하면?

- ① $\log_3 2$ ② $\log_3 2 - 1$ ③ $2\log_3 2 - 1$
④ $\log_3 + 1$ ⑤ $2\log_3 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2\log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \sqrt{72} - \frac{1}{2} \log_3 8 \\ &= \log_3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \log_3 6\sqrt{2} - \log_3 \sqrt{8} \\ &= \log_3 \frac{4}{9} + \log_3 6\sqrt{2} - \log_3 2\sqrt{2} \\ &= \log_3 \left(\frac{4}{9} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \\ &= \log_3 \frac{4}{3} \\ &= 2\log_3 2 - 1 \end{aligned}$$

6. $\log_2 x = \frac{1}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} y = 2$ 일 때, $\log_x y$ 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ $\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\log_{\frac{1}{2}} y = -\log_2 y = 2 \text{ 이므로}$$

$$\log_x y = \frac{\log_2 y}{\log_2 x} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$$

7. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659

② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341

③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659

④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341

⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned} -2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659 \end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

8. $\log x = \bar{2}.6044$ 일 때, $\log x^2$ 의 값은?

① $\bar{2}.3022$

② $\bar{3}.2088$

③ $\bar{4}.5110$

④ $\bar{5}.4890$

⑤ $\bar{6}.5110$

해설

$$\log x = \bar{2}.6044 = -2 + 0.6044 \text{ 이므로}$$

$$\log x^2 = 2 \log x$$

$$= 2(-2 + 0.6044)$$

$$= -4 + 1.2088$$

$$= -3 + 0.2088$$

$$= \bar{3} + 0.2088$$

9. ${}^{2014}\sqrt{(-2014)^{2014}} + {}^{2015}\sqrt{(-2015)^{2015}}$ 를 간단히 하면?

① -4017

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 4017

해설

$$(\text{준식}) = |-2014| + (-2015) = -1$$

10. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

- ① $x\sqrt{x}$ ② $x\sqrt[4]{x}$ ③ $\sqrt[8]{x}$ ④ $\sqrt[8]{x^3}$ ⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

11. $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ 을 간단히 하면 $a^{\frac{m}{n}}$ 이다. 이때, $m-n$ 의 값을 구하여라.
(단, m, n 은 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} &= \sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{8}} \\ n &= 7, m = 8 \\ 8 - 7 &= 1\end{aligned}$$

12. $(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^k$ 일 때, k 의 값을 구하여라. (단, $a > 0, a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

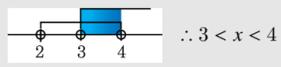
$(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^6 \div a^3 \times a^2 = a^5$ 이므로
 $k = 5$

13. $\log_{x-3}(-x^2+6x-8)$ 이 정의되기 위한 실수 x 의 값의 범위를 구하면?

- ① $3 < x < 4$ ② $5 < x < 7$ ③ $-1 < x < 3$
④ $x > 0$ ⑤ $2 < x < 5$

해설

$$\begin{aligned}x-3 &\neq 1, x-3 > 0, \\-x^2+6x-8 &> 0 \text{ 이므로} \\x &\neq 4, x > 3 \\x^2-6x+8 &< 0 \\2 &< x < 4\end{aligned}$$



14. 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$

② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 2^{-4} = \frac{-4}{-1} \log_2 2 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

⑤ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16$
 $= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3} \cdot \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 5}$
 $= \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4$
 $= 4 \log_2 2 = 4$

15. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(20^x) = \frac{1}{x} - \log_3 5$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ $2\log_3 2$
④ $2\log 35$ ⑤ $1 + \log_3 2$

해설

$20^x = 3$ 이라 하면 $x = \log_{20} 3$

$$\begin{aligned} f(3) &= \frac{1}{\log_{20} 3} - \log_3 5 \\ &= \log_3 20 - \log_3 5 \\ &= \log_3 \frac{20}{5} = \log_3 4 = 2\log_3 2 \end{aligned}$$

16. 세 수 $\sqrt[3]{3^2\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[3]{2}\sqrt{3}$ 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

- ① $2^{1/2}$ ② $3^{1/6}$ ③ $\left(\frac{4}{3}\right)^{1/3}$
 ④ $\left(\frac{3}{2}\right)^{1/6}$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3}$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{3^2\sqrt{2}} &= 3^{2/3}2^{1/6} = 3^{4/6}2^{1/6} = (3^4 \times 2)^{1/6} = 162^{1/6} \\ \sqrt{2}\sqrt[3]{3} &= 2^{1/2}3^{1/3} = (2^3)^{1/6}(3^2)^{1/6} = 72^{1/6} \\ \sqrt[3]{2}\sqrt{3} &= 2^{1/3}3^{1/2} = (2^2)^{1/6}(3^3)^{1/6} = 108^{1/6} \\ \therefore \frac{M}{m} &= \left(\frac{3^4 \times 2}{2^3 \times 3^2}\right)^{1/6} = \left(\frac{3^2}{2^2}\right)^{1/6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} \end{aligned}$$

17. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a + a^{-1}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4 \text{ 의 양변을 제곱하면 } (a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^2 = 4^2$$

$$a + a^{-1} + 2 = 16$$

$$\therefore a + a^{-1} = 14$$

18. $\sqrt[3]{a} = 81$, $\sqrt{\sqrt{b}} = 125$ 일 때, $\sqrt[3]{\sqrt{ab}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 225

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{a} = 81 = 3^4 \text{에서 } a &= 3^{12} \\ \sqrt{\sqrt{b}} = 125, \sqrt[4]{b} = 5^3 \therefore b &= 5^{12} \\ \text{이때, } ab &= 3^{12} \cdot 5^{12} = 15^{12} \\ \therefore \sqrt[3]{\sqrt{ab}} &= \sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{15^{12}} \\ &= 15^{\frac{12}{6}} = 15^2 = 225\end{aligned}$$

19. $\log_2 14$ 의 소수부분을 $a(0 \leq a < 1)$ 이라 할 때, 2^{a+2} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$$

$$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$$

$$2 < \log_2 n < 3$$

$$\text{정수 부분} : 1 + 2 = 3$$

$$\text{소수 부분} : \log_2 14 - 3 = \log_2 \frac{14}{8} = a$$

$$a + 2 = a + \log_2 4$$

$$= \log_2 \frac{14}{8} \cdot 4 = \log_2 \frac{14}{2} = \log_2 7$$

$$2^{a+2} = 2^{\log_2 7} = 7$$

20. $2^a = 20^b = 10^{10}$ 일 때, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{10}$

해설

$$a = \frac{10}{\log 2}, \quad b = \frac{10}{1 + \log 2}$$
$$\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{\log 2}{10} - \frac{1 + \log 2}{10} = -\frac{1}{10}$$

21. 방정식 $2x^2 - 8x - 1 = 0$ 의 두 근이 $\log_{10} a, \log_{10} b$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은?

① -2 ② -8 ③ -12 ④ -26 ⑤ 34

해설

이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\log_{10} a + \log_{10} b = 4,$$

$$\log_{10} a \cdot \log_{10} b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \log_a b + \log_b a = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a} + \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b}$$

$$= \frac{(\log_{10} a + \log_{10} b)^2 - 2 \log_{10} a \cdot \log_{10} b}{\log_{10} a \cdot \log_{10} b}$$

$$= \frac{16 + 1}{-\frac{1}{2}} = -34$$

22. 세 수 $3\log_3 3$, $\log_2 3$, $2\log_2 4$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $2\log_2 4 < 3\log_3 3 < \log_2 3$ ② $\log_2 3 < 2\log_2 4 < 3\log_3 3$
③ $\log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4$ ④ $3\log_3 3 < 2\log_2 4 < \log_2 3$
⑤ $3\log_3 3 < \log_2 3 < 2\log_2 4$

해설

$$\begin{aligned} 3\log_3 3 &= 3 \\ \log_2 2 < \log_2 3 < \log_2 4 &\therefore 1 < \log_2 3 < 2 \\ 2\log_2 4 &= 4 \\ \therefore \log_2 3 < 3\log_3 3 < 2\log_2 4 \end{aligned}$$

23. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7133

해설

상용로그표에서 $\log 1.38 = 0.1399$ 이므로

$$\begin{aligned} \log \sqrt[3]{0.138} &= \frac{1}{3} \log 0.138 = \frac{1}{3} \log (1.38 \times 10^{-1}) && \text{따 라 서} \\ &= \frac{1}{3} (\log 1.38 - 1) = \frac{1}{3} (0.1399 - 1) \\ &= -0.2867 = -1 + 0.7133 \end{aligned}$$

$\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분은 0.7133이다.

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $\log_2(S_n + k) = n$ 이다. 이때, 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되게 하는 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\log_2(S_n + k) = n \text{에서}$$

$$S_n + k = 2^n \quad \therefore S_n = 2^n - k$$

$$(i) n = 1 \text{일 때, } a_1 = S_1 = 2^1 - k = 2 - k$$

$$(ii) n \geq 2 \text{일 때,}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2^n - k) - (2^{n-1} - k)$$

$$= 2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}(2 - 1) = 2^{n-1}$$

따라서 수열 a_2, a_3, a_4, \dots 는 공비가 2인 등비수열이다.

(i), (ii)로부터 수열 $2 - k, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$ 이 등비수열이 되어야 하므로

$$2 - k = 1 \quad \therefore k = 1$$

25. 어떤 용기에 있는 물의 양은 전날 같은 시각의 물의 양의 9%만큼 줄어든다고 한다. 이와 같은 비율로 물의 양이 줄어든 때, 8일이 지난 후의 물의 양은 처음 양의 $\frac{1}{K}$ 배이다. 이때, $100K$ 의 값을 구하여라.
(단, $\log 0.213 = \bar{1}.328$, $\log 9.1 = 0.959$ 로 계산한다.)

▶ 답:

▷ 정답: 213

해설

용기의 현재 물의 양을 α 라 하면 8일 후의 물의 양은 $\alpha(0.91)^8$ 이다.

$$\alpha(0.91)^8 = \frac{1}{K}\alpha \text{에서 } \frac{1}{K} = (0.91)^8$$

이때, $\log 0.91 = -1 + 0.959 = -0.041$ 이므로

$$\log \frac{1}{K} = 8 \log 0.91 = -0.328$$

$$\therefore \log K = 0.328$$

조건에서 $\log 0.213 = \bar{1}.328$ 이므로

$$K = 2.13$$

$$\therefore 100K = 213$$