

1. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 α , $\alpha + 3$ 이라 하면

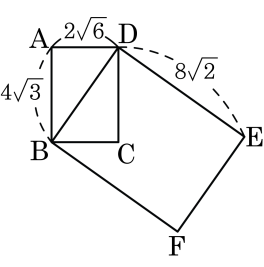
$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 직사각형 BDEF 의 넓이는?



- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 124

해설

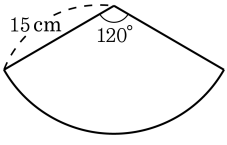
삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라

$$\sqrt{(2\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{2}$$

따라서 직사각형 BDEF 의 넓이는

$$6\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 96 \text{ 이다.}$$

3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm인 원에서 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴을 오려서 원뿔의 옆면을 만들때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 y cm라고 하면,

$$2\pi r = 2\pi \times 15 \times \frac{120}{360} = 10\pi$$

$$\therefore r = 5(\text{cm})$$

$$h = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$$

4. 이차방정식 $x^2 + 8x = 2x + m$ 이 증근을 가질 때, 이차방정식 $(m + 6)x^2 + 14x - 15 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. (단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 8x - 2x - m = 0$$

$$x^2 + 6x - m = 0 \text{ 가 증근을 가질 때,}$$

$$m = -9 \text{ 이다.}$$

$$-3x^2 + 14x - 15 = 0$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 3)$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 두 근의 곱은 5이다.

5. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

6. 이차방정식 $3x^2 + ax + 6b = 0$ 의 해가 $x = 2\sqrt{3} + 3$ 일 때, 다른 해를 $x = c$ 라 하자. 이때, $ab - c$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① $8 + 4\sqrt{2}$

② $16 + 2\sqrt{3}$

③ $16 + 3\sqrt{3}$

④ $24 + 2\sqrt{3}$

⑤ $24 + 3\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서 $c = -2\sqrt{3} + 3$

$$-\frac{a}{3} = (2\sqrt{3} + 3) + (-2\sqrt{3} + 3) = 6, a = -18$$

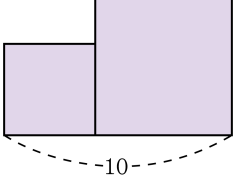
$$\frac{6b}{3} = (2\sqrt{3} + 3) \times (-2\sqrt{3} + 3) = -3, b = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab - c = (-18) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - (-2\sqrt{3} + 3)$$

$$= 27 + 2\sqrt{3} - 3$$

$$= 24 + 2\sqrt{3}$$

7. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 52 일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 10 - x \text{ 이므로 } x = 6$$

8. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x - 1)(x + 1)$

② $y = (2x + 1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x - 2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나고 $p - q = -8$ 일 때, $b^2 - 3b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

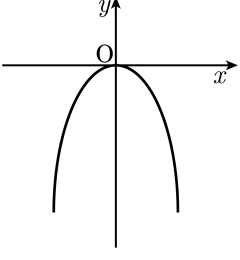
해설

두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나므로 대입하면 $p = a - b + c, q = a + b + c$ 이다.

두 식을 연립하면 $p - q = -2b = -8, b = 4$ 이다.

따라서 $b^2 - 3b = 4^2 - 3 \times 4 = 4$ 이다.

10. 다음 보기중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



보기

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| ㉠ $y = x^2$ | ㉡ $y = -3x^2$ |
| ㉢ $y = \frac{5}{4}x^2$ | ㉣ $y = -\frac{1}{2}x^2$ |
| ㉤ $y = 5x^2$ | ㉥ $y = -1.5x^2$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a < 0$ 이다.
따라서 ㉡,㉣,㉥이다.

11. 다음 중 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 점 (1, 0)을 꼭짓점으로 한다.
 - ② 대칭축은 $x = 1$ 이다.
 - ③ 점 (2, 3)을 지난다.
 - ④ 위로 볼록한 포물선이다.
 - ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x = -1$ 이다. 점 (2, 6)을 지나고 아래로 볼록한 그래프이다.

12. 다음 보기의 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -3(x+1)^2 + 1$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = 2x^2 - 1$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = \frac{1}{4}(x+1)^2$

$\textcircled{\text{㉣}} \ y = \frac{1}{3}x^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{2}{5}x^2 - 3$

- ① 위로 볼록한 포물선은 ㉠이다.
- ② 꼭짓점이 원점인 포물선은 ㉡이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉠,㉡이다.
- ④ 폭이 가장 좁은 포물선은 ㉠이다.
- ⑤ 꼭짓점이 x 축 위에 있는 이차함수는 ㉢,㉣이다.

해설

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 인 이차함수는 ㉡, ㉢,㉣ 이다.

13. 이차함수 $y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 의 위에 있을 때, p 의 값을 구하면?

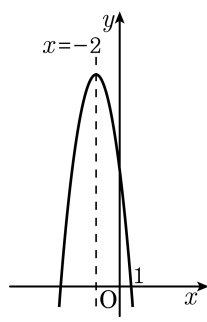
① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 1)$ 이고, 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 위에 있으므로

$$1 = \frac{1}{2}p - 2 \quad \therefore p = 6$$

14. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -8$

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$y = -2(x + 2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면

$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$\therefore q = 18$

$y = -2(x + 2)^2 + 18$
 $= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$
 $= -2x^2 - 8x + 10$

$\therefore m = -8, n = 10$

15. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

① 가로 6 cm, 세로 8 cm

② 가로 7 cm, 세로 7 cm

③ 가로 8 cm, 세로 9 cm

④ 가로 8 cm, 세로 8 cm

⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

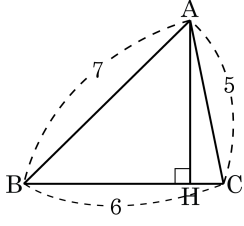
해설

가로의 길이를 x cm , 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm , 넓이를 y cm² 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(14 - x) \\&= -x^2 + 14x \\&= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\&= -(x - 7)^2 + 49\end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

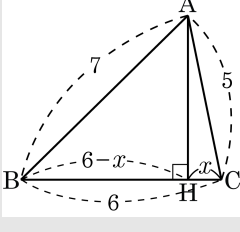
16. 다음 그림의 삼각형 ABC 의 넓이는?



- ① $6\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{5}$ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{7}$

해설

꼭짓점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 하자.



$\overline{CH} = x$ 라 하면 $7^2 - (6 - x)^2 = 5^2 - x^2$

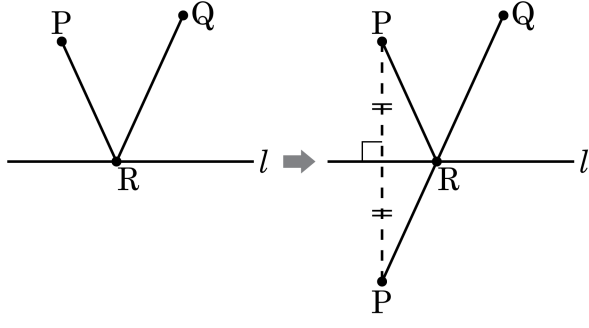
$\therefore x = 1$

$x = 1$ 이면 $\overline{AH} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \triangle ABC$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$

17. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR} + \overline{RQ}$ 의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 에 대한 점 P의 대칭점 P'을 잡고 선분 가 직선 l 과 만나는 점을 로 잡는다.

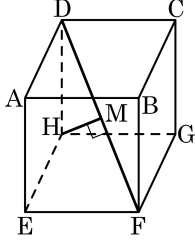


- ① l , PQ, Q
- ② l , PQ, R
- ③ l , P'Q, R
- ④ Q, PQ, Q
- ⑤ Q, P'Q, R

해설

l 에 대한 점 P의 대칭점 P'을 잡고 선분 P'Q가 직선 l 과 만나는 점을 R로 잡는다.

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{DF} = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{HF} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ (cm)

$$\therefore \triangle DHF = \frac{1}{2} \overline{DH} \cdot \overline{FH} = \frac{1}{2} \overline{DF} \cdot \overline{HM}$$

즉, $\overline{DH} \cdot \overline{FH} = \overline{DF} \cdot \overline{HM}$ 이므로

$$6 \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{HM}$$

$$\therefore \overline{HM} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

19. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

20. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

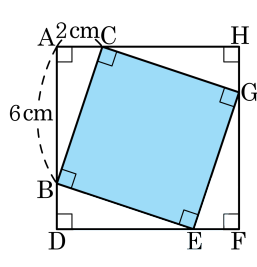
- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



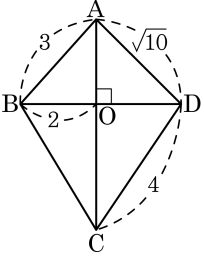
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 40cm^2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)
따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 정사각형이므로
 $\square BEGC = (2\sqrt{10})^2 = 40$ (cm^2)

22. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

$$\overline{BC}^2 + (\sqrt{10})^2 = 3^2 + 4^2, \overline{BC}^2 = 15, \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore \overline{OC} = \sqrt{11}$$

23. 자연수 n 에 대하여 $(n^2 + n)x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + \cdots + p_{99}q_{99} + p_{100}q_{100}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{100}{101}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_nq_n = \frac{1}{n^2 + n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\therefore p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 + \cdots + p_{99}q_{99} + p_{100}q_{100}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + \frac{1}{100} - \frac{1}{101}$$

$$= 1 - \frac{1}{101}$$

$$= \frac{100}{101}$$

24. $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 9$, $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, 꼭짓점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 CMH 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{189}{25}$

해설

$$\overline{AB}^2 = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ 이므로}$$

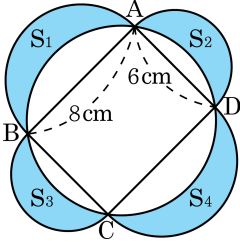
$$\overline{AM} = \overline{MC} = \frac{15}{2}$$

$$15 \times \overline{CH} = 9 \times 12 \text{ 에서 } \overline{CH} = \frac{36}{5}$$

$$\therefore \overline{MH} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{36}{5}\right)^2} = \frac{21}{10}$$

$$\therefore \triangle CMH = \frac{1}{2} \times \frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \frac{189}{25}$$

25. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 48cm^2

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$ 를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.
 $S_1 + S_2$ 는 $\triangle ABD$ 의 넓이와 같고, $S_3 + S_4$ 는 $\triangle BCD$ 의 넓이와 같다.
 그러므로 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ 의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.
 $8 \times 6 = 48(\text{cm}^2)$