

1. 두 점 $A(-2, -1), B(1, 3)$ 을 잇는 선분 AB 를 $3 : 1$ 로 외분하는 점 Q 의 좌표는?

① $(5, -1)$

② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$

③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$

⑤ $(3, 1)$

해설

$$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$$

2. 직선 $x+ay+1=0$ 이 $x-y+1=0$ 과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$ 과는 평행일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x+ay+1=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x-y+1=0 \cdots \textcircled{2}$$

$$x+(2-b)y-1=0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \perp \textcircled{2} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} // \textcircled{3} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2-b} \neq \frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow a = 2 - b$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - b$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉡}$ 을 지난다.
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉢}$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉣}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} \textcircled{㉤}$

- ① $y - 1$ ② $(-1, 1)$ ③ 1
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 m 에 대하여 정리하면
 $(x + 1)m - (\textcircled{\hspace{1cm}} y - 1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{\hspace{1cm}} (-1, 1)$ 을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} 1$
(ii) $\textcircled{㉡}$ 이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3}$
(i), (ii)에서 $\textcircled{\hspace{1cm}} -\frac{1}{3} < m < 1$

4. 점 $(3, -3)$ 와 직선 $x - y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$d = \frac{|3 \times 1 + (-3) \times (-1) + (-4)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

5. 두 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 과 $4x + 3y + 5 = 0$ 과의 거리를 d 라 할 때 $5d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 위의 한 점 이라면
(1, -1) 로부터 직선 $4x + 3y + 5 = 0$ 에
이르는 거리를 구하면 되므로

$$\frac{|4 \times 1 + 3 \times (-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 5d = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

6. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

7. 세 점 A(2, 1), B(4, 3), C(a, 0)에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

8. 두 점 A(-1, 4), B(6, 3) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P(a, b)
라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

P = ($a, 0$) 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore$ P = (2, 0)
 $a + b = 2$

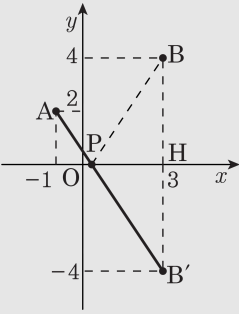
9. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, −4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
 세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
 가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



10. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는
평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 $x+y$
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

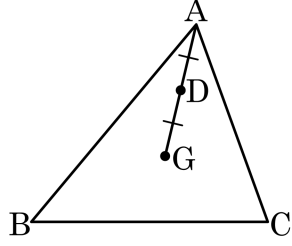
▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

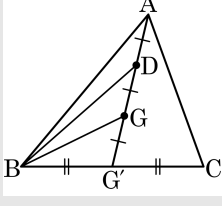
11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 점 D는 $\overline{AG}$ 의 중점일 때, $\frac{\triangle DBG}{\triangle ABC}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{1}{6}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$\overline{AG}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 G' 이라고 하면



$\overline{BG'} = \overline{G'C}$ 에서

$$\triangle ABG' = \frac{1}{2}\triangle ABC$$

$$\overline{DG} = \frac{1}{3}\overline{AG'} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}\triangle DBG &= \frac{1}{3}\triangle ABG' \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{6}\triangle ABC\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\triangle DBG}{\triangle ABC} = \frac{1}{6}$$

12. 두 점 A(1, 2), B(-3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고 y 절편이 -1 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은 ?

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 A(1, 2), B(-3, 4) 를 지나는 직선에 평행하므로 기울기는 같다.

$$\therefore a = \frac{2-4}{1-(-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

또, y 절편이 -1 이므로 $b = -1$

$$\therefore a + b = -\frac{1}{2} + (-1) = -\frac{3}{2}$$

13. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

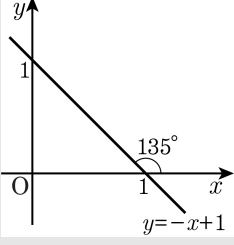
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



14. 세 점 A(1, 4), B (-1, 2), C (5, a)가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 2

② 8

③ 10

④ -2

⑤ -4

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

$$\text{기울기} = \frac{4-2}{1-(-1)} = 1$$

$$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x + 3$$

위에 C(5, a)가 존재하므로 대입하면,

$$\therefore a = 5 + 3 = 8$$

15. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$
 $\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$
 $ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$
 $bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

16. 좌표평면 위에 세 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$ 에 의하여 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분될 때, m 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x + 2) + 1$ 은 m 의 값에 관계없이
항상 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 점 A 를 지난다.
따라서 주어진 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$ 의 중점 $M(5, 5)$ 를 지나야 한다.
 $\therefore 5 = m(5 + 2) + 1$
 $\therefore m = \frac{4}{7}$

17. 두 점 A(3, 0), B(0, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 를 만족하는 점 P의 자취의 방정식은?

① $-3x + 2y + 9 = 0$

② $3x + 2y = 0$

③ $6x - 4y + 9 = 0$

④ $-3x + 2y = 0$

⑤ $-6x + 4y - 5 = 0$

해설

구하는 점을 P(x, y)라 하면

$\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 에서

$$(x-3)^2 + y^2 - \{x^2 + (y-2)^2\} = 5$$

정리하면 $-6x + 4y = 0$

$$\therefore -3x + 2y = 0$$

18. 두 점 A(-2, 0), B(1, -1)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 될 때의 점 P의 좌표를 구하면?

- ㉠ P $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ㉡ P (-1, -1) ㉢ P (0, 0)
㉣ P $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ㉤ P (1, 1)

해설

점 P의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= (x+2)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y+1)^2 \\ &= 2x^2 + 2x + 2y^2 + 2y + 6 \\ &= 2(x^2 + x) + 2(y^2 + y) + 6 \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + 5\end{aligned}$$

따라서 $x = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$ 일 때,

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 된다.

$$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

19. 세 직선 $x + 2y - 3 = 0$, $3x + y - 4 - a = 0$, $2x - 3y - 2a = 0$ 이 한 점에서 만나도록 상수 a 의 값은?

① $a = -\frac{3}{5}$

② $a = -\frac{1}{3}$

③ $a = -\frac{5}{3}$

④ $a = \frac{5}{3}$

⑤ $a = 5$

해설

두 직선의 교점이 다른 한 직선 위에 있으면 된다.

$$x + 2y - 3 = 0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$3x + y - 4 - a = 0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$2x - 3y - 2a = 0 \quad \cdots \textcircled{C} \text{라하고,}$$

$$\textcircled{B} \times 3 + \textcircled{C} \Leftrightarrow \therefore 11x - 12 - 5a = 0$$

$$\therefore x = \frac{5a + 12}{11}$$

$$\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C} \times 3 \Leftrightarrow \therefore 11y - 8 + 4a = 0$$

$$\therefore y = \frac{-4a + 8}{11}$$

$$\therefore \textcircled{B}, \textcircled{C} \text{의 교점의 좌표는 } \left(\frac{5a + 12}{11}, \frac{-4a + 8}{11} \right)$$

이 점이 $\textcircled{A}$ 위에 있어야 하므로

$$\frac{5a + 12}{11} + 2 \frac{-4a + 8}{11} - 3 = 0$$

$$\text{즉, } \frac{5a + 12 - 8a + 16}{11} - 3 = 0$$

$$-3a + 28 = 33, 3a = -5 \quad \therefore a = -\frac{5}{3}$$

20. 두 점 A(-2, 3), B(6, -1) 을 이은 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{-1-3}{6-(-2)} = -\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이

$\overline{AB}$ 의 중점 (2, 1) 을 지나므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = 2(x - 2) \quad \therefore y = 2x - 3$

따라서 $a = 2, b = -3$ 이므로 $a - b = 5$

21. 세 직선 $3x + y = 7$, $2x + y = k$, $kx - 5y = 5$ 이 한 점 $P(a, b)$ 에서 만날 때 $a + b$ 의 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3x + y = 7 \cdots \textcircled{A}$$

$$2x + y = k \cdots \textcircled{B}$$

$$kx - 5y = 5 \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{A}$ 과 $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(7 - k, -14 + 3k)$ 이므로

$\textcircled{C}$ 에 대입하면 $k^2 + 8k - 65 = 0$

$\therefore k = 5$ 또는 -13

$\therefore P(a, b) = (2, 1)$ 또는 $(20, -53)$

$\therefore a + b$ 의 최댓값은 $2 + 1 = 3$

22. 점 $(3, 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5} \text{ 이므로, } |2 + k| = 5 \text{ 이다.}$$

따라서 $k = 3$ ($\because k$ 는 양수)

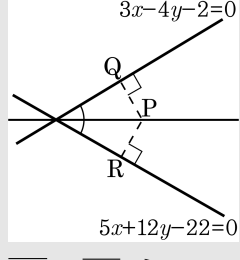
23. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q,R이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$$

$$\text{즉, } 13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22) \text{ 또는}$$

$$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22) \text{ 정리하면}$$

$$x-8y+6=0 \text{ 또는 } 8x+y-17=0 \text{ 에서}$$

기울기가 양이므로

$$\therefore x-8y+6=0$$

$$\therefore a+b+c=-1$$

24. 점 A(6, 2)와 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x - 2y - 8 = 0$ ② $x + 2y - 8 = 0$ ③ $x - 2y + 8 = 0$
④ $x + 2y + 8 = 0$ ⑤ $x - 2y = 0$

해설

P (a , b)라 하면 $a + 2b - 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x - 18, b = 4y - 6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x - 18 + 2(4y - 6) - 2 = 0 \Rightarrow x + 2y - 8 = 0$$

25. (a, b) 가 직선 $x+y=1$ 위를 움직이는 점이라 할 때 직선 $ax+by=1$ 은 정점을 지난다. 그 정점의 좌표는?

- ① $(1, 1)$ ② $(1, 0)$ ③ $(0, 1)$
④ $(-1, -1)$ ⑤ $(-1, 0)$

해설

점 (a, b) 가 $x+y-1=0$ 위의 점이므로
 $a+b-1=0$ 에서 $b=1-a$
이때, $ax+by-1=ax+(1-a)y-1=0$
 $\rightarrow (x-y)a+y-1=0$
 $\therefore x-y=0, y-1=0$
즉 $x=y, y=1$
따라서 구하려는 정점은 $(1, 1)$ 이다.