

1. 두 실수 a, b 에 대하여 부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$ 의 해는?

① $x > 0$

② $x > 1$

③ $x > 2$

④ $x > 3$

⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$ 에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$$

$$-2ax > -6a$$

$a < 0$ 에서 $-2a > 0$ 이므로

$$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$$

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases} \text{ 을 풀면 } \begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

3. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해는?

① $-2 < x < 2$

② $-2 < x < -1$

③ $-1 < x < 1$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $1 < x < 2$

해설

$$-1 < -2x + 1 < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x < 1$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 4x - 2 \geq -10 \\ 6 - x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$6 - x > 3 \rightarrow x < 3$$

$$4x - 2 \geq -10 \rightarrow x \geq -2$$

$$\therefore a + b = -2 + 3 = 1$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$

② $-2 < x \leq 1$

③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$

⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는?

① 33

② 34

③ 35

④ 36

⑤ 37

해설

$$5x - 45 < 4x - 7, \quad x < 38$$

$$4x - 7 \leq 5x - 40, \quad 33 \leq x$$

$$\therefore 33 \leq x < 38$$

7. 두 부등식 $0.3x + 1.2 > 0.5x$, $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 11 개

해설

$0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$3x + 12 > 5x$$

$$3x - 5x > -12$$

$$-2x > -12$$

$$x < 6$$

$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12를 곱하면

$$8x - 6 < 9x$$

$$x > -6$$

따라서 $-6 < x < 6$ 이고 정수는

$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 11개이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 2x > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 5개일 때, a 의 값의 범위는?

① $a > -6$

② $-8 < a \leq -6$

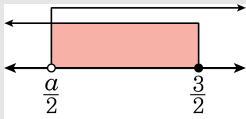
③ $a < -8$

④ $-8 \leq a < -6$

⑤ $-8 \leq a \leq -6$

해설

x 의 범위가 그림과 같을 때 5 개의 정수해를 갖는다.



$-4 \leq \frac{a}{2} < -3$ 양변에 2 을 곱하면 $-8 \leq a < -6$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 < 3x + 2 \\ \frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $2x + 5 < 3x + 2, x > 3$

(ii) $\frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2}, x < 1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 3$

② $a < 3$

③ $a > 6$

④ $a < 6$

⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 \rightarrow a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

11. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

12. 부등식 $|x - 1| + |x - 3| < 6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 4x - 5 < 0$

② $x^2 - 4x + 3 < 0$

③ $x^2 - 6x + 5 < 0$

④ $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

⑤ $x^2 - 8x + 15 \leq 0$

해설

(i) $x < 1$ 일 때, $-x + 1 - x + 3 < 6$

$$x > -1 \quad \therefore -1 < x < 1$$

(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x - 1 - x + 3 < 6$

$$2 < 6 \quad \therefore 1 \leq x < 3$$

(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x - 1 + x - 3 < 6$

$$x < 5 \quad \therefore 3 \leq x < 5$$

$$\therefore -1 < x < 5$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 5) < 0, x^2 - 4x - 5 < 0$$

13. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \text{ 또는 } 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \text{ 또는 } x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \quad \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

14. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 1$

② $a < -\frac{1}{3}$

③ $a \geq -\frac{1}{3}$

④ $a \leq -\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{㉠}$

또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0, \quad -3a^2 + 2a + 1 < 0$$

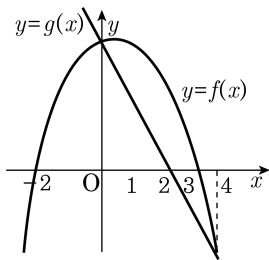
$$3a^2 - 2a - 1 > 0, \quad (3a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$

따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

15. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?



- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
⑤ $3 < x < 4$

해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

16. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

17. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$

② $x = 8$

③ 해는 없다.

④ 모든 실수

⑤ $x \leq 8$

해설

$$64 \leq 16x - x^2$$

$$x^2 - 16x + 64 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 8)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 8$$

18. 두 대의 승용차 A , B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 v km로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A , B 의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시 일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

$$\text{시간을 } t \text{라 하면 } t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

$$\text{승용차 } B \text{의 평균 속력은 } \frac{1}{2}(u + v) = y$$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

19. 모든 실수 x 에 대하여 곡선 $y = x^2 + (k-2)x + 3$ 의 그래프가 직선 $y = x + 2$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 5$

② $1 \leq k \leq 5$

③ $k \leq -1, k \leq 5$

④ $k < 1, k > 5$

⑤ $k \leq 1, k \geq 5$

해설

곡선의 그래프가 직선의 그래프보다 위쪽에 있으려면 $x^2 + (k-2)x + 3 > x + 2$

$$\therefore x^2 + (k-3)x + 1 > 0$$

위의 부등식이 항상 만족해야 하므로

방정식 $x^2 + (k-3)x + 1 = 0$ 의 판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = (k-3)^2 - 4 < 0$$

$$k^2 - 6k + 5 < 0$$

$$\therefore 1 < k < 5$$

20. 연립이차부등식
$$\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$$
 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록

a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

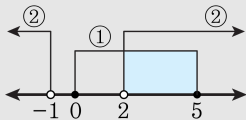
$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



21. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k < 7$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $-5 \leq k \leq -2$

④ $-7 < k \leq -1$

⑤ $-7 < k \leq -3$

해설

이차방정식 $x^2 + 2kx + 6 - k = 0$ 의

두 근이 모두 1보다 크므로

$f(x) = x^2 + 2kx + 6 - k$ 로 놓으면

(i) $D \geq 0$ 이므로

$$k^2 + k - 6 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 2) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3, k \geq 2$$

(ii) $x^2 + 2kx + 6 - k = (x + k)^2 + 6 - k - k^2$ 에서

$$-k > 1$$

$$\therefore k < -1$$

(iii) $f(1) > 0$ 이므로

$$1 + 2k + 6 - k > 0$$

$$\therefore k > -7$$

따라서 (i), (ii), (iii) 에서

$$\therefore -7 < k \leq -3$$

22. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

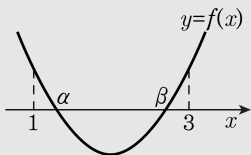
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

23. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

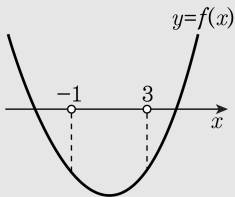
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

24. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9개이다.

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 < 0 &\Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ &\Rightarrow -4 < x < 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 > 0 &\Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ &\Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$