1. $0 < a < b$인 실수, a, b에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\dfrac{a}{1+a} < \dfrac{b}{1+b}$

② $\dfrac{a}{1+a} \leq \dfrac{b}{1+b}$

③ $\dfrac{a}{1+a} > \dfrac{b}{1+b}$

④ $\dfrac{a}{1+a} \geq \dfrac{b}{1+b}$

⑤ $\dfrac{a}{1+a} = \dfrac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$에서 $\dfrac{1}{a} > \dfrac{1}{b} \cdots$ ㉠

㉠의 양변에 1을 더하면

$\dfrac{1}{a} + 1 > \dfrac{1}{b} + 1,\ \dfrac{1+a}{a} > \dfrac{1+b}{b} \cdots$ ㉡

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\dfrac{a}{1+a} < \dfrac{b}{1+b}$

2. $3x+y=1$ 이고 $1 \le x \le 5$ 일 때, y의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x=\dfrac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \le x \le 5$ 에 대입하면

$1 \le \dfrac{1-y}{3} \le 5,\ \ 3 \le 1-y \le 15$

$2 \le -y \le 14$

$\therefore -14 \le y \le -2$

따라서 y의 최댓값은 -2, 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

3. 연립부등식 $\begin{cases} x+3<4 \\ 5x-8<17 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x<1$ ② $x>5$ ③ $1<x\le 5$

④ $1\le x<5$ ⑤ 해가 없다.

해설

$x+3<4,\ x<1$

$5x-8<17,\ x<5$

따라서 구하는 해는 $x<1$

4. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$	㉡ $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$	㉢ $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$
㉣ $\begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$	㉤ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$	

▶ 답 :

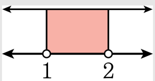
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

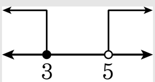
▷ 정답 : ㉤

해설

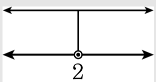
㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$



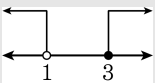
㉡ $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$



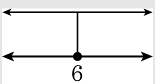
㉢ $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$



㉣ $\begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$



㉤ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$



5. 부등식 $|x-2| \le 2x-1$을 풀면?

① $x \ge 2$ ② $x \ge -1$ ③ $1 \le x < 2$

④ $x \ge 1$ ⑤ $x < 2$

해설

(i) $x < 2$인 경우

$-x+2 \le 2x-1$

$3 \le 3x,\ 1 \le x$

이 범위에서의 해는 $1 \le x < 2$이다.

(ii) $x \ge 2$인 경우

$x-2 \le 2x-1$

$-1 \le x$

이 범위에서 해는 $x \ge 2$이다.

따라서 x의 범위는 $x \ge 1$이다.

6. 다음 부등식의 해가 없을 때, 상수 m의 값의 합은?

$$m^2x - 1 > m(x - 1)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m^2x - 1 > m(x-1)$에서

$m^{2x} - 1 > mx - m$

$\therefore (m^2 - m)x > 1 - m \cdots$ ㉠

㉠의 해가 없어야 하므로

$m^2 - m = 0,\ 1 - m \geq 0$

$m^2 - m = 0$에서 $m(m-1) - 0$

$\therefore m = 0$ 또는 $1 \cdots$ ㉡

$1 - m \geq 0$에서 $m \leq 1 \cdots$ ㉢

따라서 ㉡, ㉢에서 $m = 0$ 또는 $m = 1$

7. 연립부등식 $\begin{cases} x-10<4x+5 \\ 2(x-5) \le 3(2-2x) \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 자연수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

i) $x-10<4x+5$

$\Rightarrow\ x>-5$

ii) $2(x-5) \le 3(2-2x)$

$\Rightarrow\ 2x-10 \le 6-6x$

$\Rightarrow\ 2x+6x \le 6+10$

$\Rightarrow\ x \le 2$

$-5<x \le 2$ 이므로 $A=2,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2-1=1$

8. 두 개의 부등식 $\frac{4x-1}{5} \le \frac{x+1}{2}$, $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 를 동시에 만족하는 정수는?

① 0, 1
② −1, 0, 1, 2
③ −1, 0, 2, 3
④ −1, 0, 1, 2, 3
⑤ −2, −1, 0, 1, 2

해설

i) $\frac{4x-1}{5} \le \frac{x+1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 10 을 곱해주면,

$\Rightarrow 2(4x-1) \le 5(x+1) \Rightarrow x \le \frac{7}{3}$

ii) $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 6 을 곱해주면,

$\Rightarrow 2(3x+1) > 3(x-1) \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$

따라서 $-\frac{5}{3} < x \le \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 −1, 0, 1, 2 이다.

9. 다음 부등식을 풀면?

$$0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\leq 3-0.6x$$

① $-9<x\leq 3$ ② $-9\leq x<3$ ③ $-9\leq x\leq 3$

④ $-9<x<3$ ⑤ $3\leq x<9$

해설

$$0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\leq 3-0.6x$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \\ \frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\leq 3-0.6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x-30<5x-3 \\ 5x-3\leq 30-6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x-5x<-3+30 \\ 5x+6x\leq 30+3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -3x<27 \\ 11x\leq 33 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\leq 3 \end{cases}$$

$\therefore\ -9<x\leq 3$

10. 연립부등식 $-3 < \dfrac{x+a}{4} < 1$ 의 해가 $-9 < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$-3 < \dfrac{x+a}{4} < 1$

$\Rightarrow \begin{cases} -3 < \dfrac{x+a}{4} \\ \dfrac{x+a}{4} < 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} -12 < x+a \\ x+a < 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x > -12-a \\ x < 4-a \end{cases}$

$-12-a < x < 4-a$ 이므로 $-12-a = -9$

$\therefore\ a = -3$

$4-a = b$ 이므로 $4-(-3) = b$

$\therefore\ b = 7$

따라서 $a+b = -3+7 = 4$ 이다.

11. 연립부등식

$$\begin{cases} x-4>3x-8 \\ 2x-a>x+5 \end{cases}$$

가 해를 갖도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<-2$　② $a>-2$　③ $a\leq -3$

④ $a<-3$　⑤ $a>-3$

해설

$x-4>3x-8$, $2>x$

$2x-a>x+5$, $x>a+5$

해가 존재하기 위해서 $a+5<2$

$\therefore a<-3$

12. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \dfrac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \dfrac{55}{3}$$

$\therefore\ x = 16,\ 17,\ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

13. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$인 모든실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, $(\text{실수})^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

14. 부등식 $x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하도록 하는 상수 k의 범위를 구하면 $a < k < b$이다. 이 때, ab의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$x^2 - kx + 2 > 0$이 항상 성립하려면
판별식이 실근을 갖지 않을 때이므로
$D = k^2 - 4 \cdot 2 < 0$
$k^2 - 8 < 0, \left(k - 2\sqrt{2}\right)\left(k + 2\sqrt{2}\right) < 0$
$\therefore -2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$
따라서 $a = -2\sqrt{2},\ b = 2\sqrt{2}$이므로
$ab = -2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = -8$

15. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

16. 연립부등식 $\begin{cases} x^2+3x-4<0 \\ x^2-2x-3>0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x>-1$　② $-4<x<-1$　③ $0<x<4$

④ $1<x<4$　⑤ $-4<x<3$

해설

$$x^2+3x-4<0 \Rightarrow (x-1)(x+4)<0$$
$$\Rightarrow -4<x<1$$

$$x^2-2x-3>0 \Rightarrow (x+1)(x-3)>0$$
$$\Rightarrow x<-1 \text{ 또는 } x>3$$

$\therefore$ 공통부분을 구하면 $-4<x<-1$

17. 부등식 $|x^2-4x-6| \le 6$의 해를 구하면?

① $-2 \le x < 6$

② $0 \le x \le 4$

③ $x \le -2$또는$x \ge 6$

④ $-2 \le x \le 0$또는$4 \le x \le 6$

⑤ $x \le 0$또는$x \ge 4$

해설

$|x^2-4x-6| \le 6$에서

$-6 < x^2-4x-6 \le 6$

㉠ ㉡

㉠에서 $x^2-4x \ge 0,\ x(x-4) \ge 0$

$\therefore x \le 0$또는$x \ge 4$

㉡에서 $x^2-4x-12 \le 0,\ (x+2)(x-6) \le 0$

$\therefore -2 \le x \le 6$

따라서 공통 범위를 구하면

$-2 \le x \le 0$ 또는 $4 \le x \le 6$

18. 이차방정식 $4x^2+8kx+8k-3=0$이 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k \le \frac{1}{2}$ 또는 $k \ge \frac{3}{2}$ ② $k < \frac{1}{2}$ 또는 $k > \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2} \le k \le \frac{3}{2}$

⑤ 모든 실수

해설

$\frac{D}{4} \ge 0$에서 $(4k)^2 - 4(8k-3) \ge 0$

$16k^2 - 32k + 12 \ge 0$

$4k^2 - 8k + 3 \ge 0$

$(2k-3)(2k-1) \ge 0$

$\therefore\ k \le \frac{1}{2}$ 또는 $k \ge \frac{3}{2}$

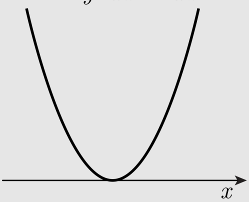
19. 부등식 $ax^2-2ax+1\le 0$이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
$y=ax^2-2ax+1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a>0$
(ii) $ax^2-2ax+1=0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4}=a^2-a=0$ 에서 $a=0$ 또는 $a=1$
(i), (ii) 에서 $a=1$

20. 이차함수 $y=-2x^2-2x+1$ 의 그래프가 직선 $y=mx+n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1<x<\frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2-2x+1>mx+n$,
즉 $2x^2+(m+2)x+n-1<0$ 의 해가
$-1<x<\frac{3}{2}$ 이므로
방정식 $2x^2+(m+2)x+n-1=0$ 의 해가
$x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
$-\frac{m+2}{2}=-1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{n-1}{2}=(-1)\cdot\frac{3}{2}=-\frac{3}{2}$ 이므로
$m=-3,\ n=-2$
$\therefore\ mn=6$

21. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x \le 0 \\ x^2 \ge 2 - x \end{cases}$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2bx - (a+2b) \ge 0$ 의 해가 일치할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x^2 - 3x \le 0 \cdots (\text{가}) \\ x^2 \ge 2 - x \cdots (\text{나}) \end{cases}$$

(가) 에서 $x(x-3) \le 0 \quad \therefore 0 \le x \le 3$

(나) 에서

$x^2 + x - 2 \ge 0, \quad (x+2)(x-1) \ge 0$

$\therefore x \le -2$ 또는 $x \ge 1$

따라서 (가) 와 (나) 의 공통 범위를 구하면

$1 \le x \le 3$

해가 $1 \le x \le 3$ 이고 이차항의 계수가

$a(a<0)$ 인 부등식은

$a(x-1)(x-3) \ge 0$

$ax^2 - 4ax + 3a \ge 0$

$\therefore -4a = 2b, \quad 3a = -(a+2b)$

$-4a = 2b$에서 $\quad b = -2a$

$\frac{b}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$

22. n, $n+5$, $n+8$ 이 둔각삼각형의 세 변의 길이가 되는 자연수 n 의 개수는?

① 4　　② 6　　③ 7

④ 9　　⑤ 무수히 많다.

해설

삼각형의 결정조건에서

$n+(n+5)>n+8,\ n>3 \cdots\cdots$ ㉠

둔각삼각형일 조건에서 $n^2+(n+5)^2<(n+8)^2$

$n^2-6n-39<0$, $3-\sqrt{48}<n<3+\sqrt{48} \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 자연수인 n 은

$n=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$ (6 개)

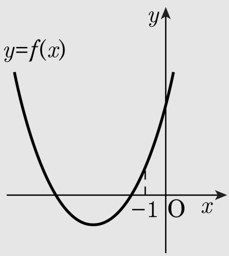
23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면
방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서
$k^2 + k - 6 > 0,\ (k + 3)(k - 2) > 0$
$\therefore\ k < -3$ 또는 $k > 2$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$
이상에서 $-7 < k < -3$
따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

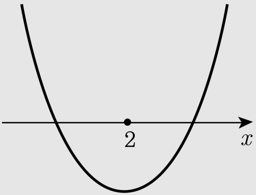
24. 이차방정식 $x^2 - mx + 2 = 0$이 2보다 큰 근과 2보다 작은 근을 가질 때 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > -1$ ② $m > 1$ ③ $m > -2$

④ $m > 2$ ⑤ $m > 3$

해설

주어진 이차방정식의 근이 2보다 크고 2보다
작은 근을 가지면 $f(2) < 0$
$f(2) = 4 - 2m + 2 < 0$이므로 $m > 3$

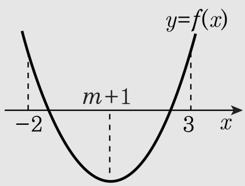


25. 이차방정식 $x^2-2(m+1)x+m+3=0$의 두 실근이 -2와 3사이에 있을 때, 정수 m의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설



$f(x)=x^2-2(m+1)x+m+3$ 으로 놓으면

(i) $\dfrac{D}{4}=(m+1)^2-(m+3)\geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2)\geq 0$

$\therefore m\leq -2$ 또는 $m\geq 1$ $\cdots\cdots$ ㉠

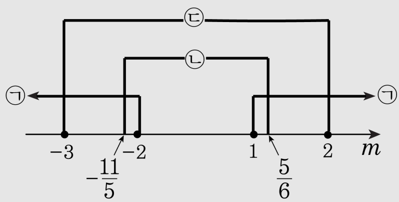
(ii) $f(-2)=5m+11>0$ 에서

$m>-\dfrac{11}{5}$,

$f(3)=6-5m>0$ 에서 $m<\dfrac{6}{5}$

$\therefore -\dfrac{11}{5}<m<\dfrac{6}{5}$ $\cdots\cdots$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2<m+1<3$

$\therefore -3<m<2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\dfrac{11}{5}<m\leq -2$ 또는 $1\leq m<\dfrac{6}{5}$

따라서, 정수 m은 $-2,\ 1$두 개다.