

1. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\&= -(x-1)^2 + 11, \quad M = 11 \\y &= 3x^2 + 6x - 5 \\&= 3(x+1)^2 - 8, \quad m = -8 \\\therefore M + m &= 11 - 8 = 3\end{aligned}$$

2. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

3. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x = -1$ 인 이차함수의 식이 $y = 2(x + p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q = -5$

대칭축이 $x = -1$ 이므로 $p = 1$

$\therefore p + q = 1 - 5 = -4$

4. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

5. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t - 3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

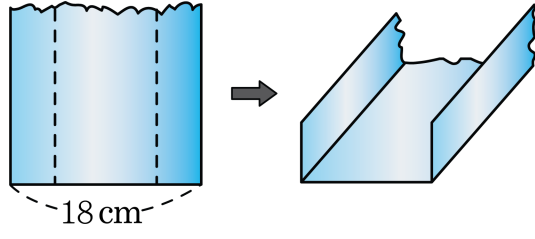
$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

7. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



- ① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
 ④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
 단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서 $x = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}(\text{cm}^2)$ 를 갖는다.