

1. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8\end{aligned}$$

$$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$$

2. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

3. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x = -1$ 인 이차함수의 식이 $y = 2(x + p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q = -5$

대칭축이 $x = -1$ 이므로 $p = 1$

$$\therefore p + q = 1 - 5 = -4$$

4. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16

② 20

③ 36

④ 55

⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.

따라서 $ab = 64$ 이다.

5. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t - 3)^2 + 45$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

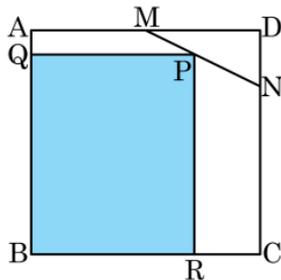
$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

7. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 변 AD 의 중점을 M , 변 CD 의 사등분점 중 D 에 가장 가까운 점을 N 이라 하고, 선분 MN 위의 한 점 P 에서 변 AB , BC 에 내린 수선을 받을 각각 Q, R 라 하자. 직사각형 BRPQ 의 넓이가 최대가 될 때, \overline{PR} 의 길이를 구하여라.

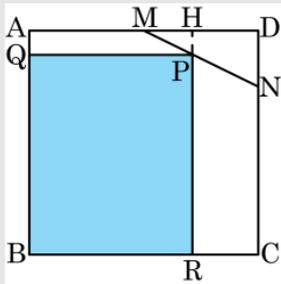


▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{PR} = x$ 라 하고, 점 P 에서 변 AD 에 선분 PR 의 연장선을 긋고, 점 H 라 하자.



$$\overline{HP} = 4 - x$$

$$\overline{HP} : \overline{DN} = \overline{MH} : \overline{MD}$$

$$(4 - x) : 1 = \overline{MH} : 2$$

$$\therefore \overline{MH} = 8 - 2x$$

$$\therefore \square BRPQ = x(10 - 2x) = -2x^2 + 10x$$

함수 $f(x) = -2x^2 + 10x$ 의 최댓값은 $3 \leq x \leq 4$ 이므로

$\therefore x = 3$ 일 때, 최댓값 12 를 갖는다.

따라서 $\overline{PR} = 3$ 이다.