

1.  $x + y + z = 3$ ,  $xy + yz + zx = -1$  일 때  $x^2 + y^2 + z^2$  의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\ &= 9 + 2 = 11\end{aligned}$$

2. 이차방정식  $2x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 구하면?

①  $-1 \pm \sqrt{5}i$

②  $1 \pm \sqrt{5}$

③  $\frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④  $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

⑤  $\frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \times 3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

3. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

①  $y = 2(x - 1)^2 + 3$

②  $y = -x^2 + x + 3$

③  $y = -(x - 3)^2 + 1$

④  $y = -3(x + 2)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의  $y$  좌표가 3 인 것을 찾는다.

4. 다항식  $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식  $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록  $a$ 의 값을 정하면?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

5. 다음 중  $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

①  $a - b + c$

②  $c - a$

③  $b + c$

④  $a - b$

⑤  $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

6. 세 개의 다항식  $x^3 + ax + b$ ,  $x^3 + cx^2 + a$ ,  $cx^2 + bx + 4$ , 의 공약수 중 하나가  $x - 1$  일 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

7. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$ , 두 수의 곱을  $y$  라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$  로 두면 나머지 한 수는  $(18 - x)$  이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

8. 사차방정식  $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

①  $-2\sqrt{2}i$

②  $\sqrt{2}i$

③  $-2$

④  $-1$

⑤  $1$

해설

$$(\text{준식}) = (x-1)(x+1)(x^2+2x+3) = 0$$

실근의 합은  $1 + (-1) = 0$

허근의 합은  $-2$

모든 근의 합은  $-2$

9.  $x$ 의 범위가  $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수  $f(x) = x^2 + 2x + C$ 의 최소값이 4가 되도록 상수  $C$ 의 값을 정할 때, 함수  $f(x)$ 의 최대값은?

① 8

② 12

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$f(x) = (x+1)^2 + C - 1$$

주어진 범위에서  $x = -1$ 일 때

최소값을 가지므로

$$f(-1) = C - 1 = 4 \Rightarrow C = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 4$$

주어진 범위에서  $x = 3$ 일 때 최대값을 가진다.

$$\Rightarrow f(3) = 4^2 + 4 = 20$$

10. 연립방정식  $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$  을 풀면?

①  $x = 18, y = -1$  또는  $x = 2, y = 3$

②  $x = -2, y = -3$  또는  $x = 2, y = 3$

③  $x = \frac{18}{5}, y = -\frac{1}{5}$  또는  $x = 2, y = 3$

④  $x = \frac{18}{5}, y = -\frac{1}{5}$  또는  $x = -2, y = -3$

⑤  $x = -\frac{18}{5}, y = -\frac{1}{5}$  또는  $x = -2, y = -3$

해설

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 13 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$y = -2x + 7$  를 ㉡식에 대입

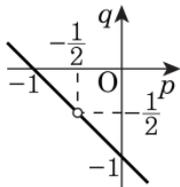
$$x^2 + (2x - 7)^2 = 13$$

$$5x^2 - 28x + 36 = (5x - 18)(x - 2) = 0$$

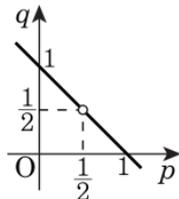
$$\begin{cases} x = \frac{18}{5}, y = -\frac{1}{5} \\ x = 2, y = 3 \end{cases}$$

11.  $x$ 에 관한 두 개의 이차방정식  $x^2 - px - q = 0$ ,  $x^2 - qx - p = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖는다. 이 때,  $p, q$ 의 관계를 나타낸 그래프는?

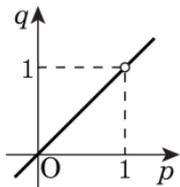
①



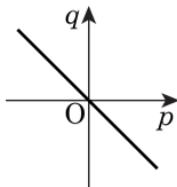
②



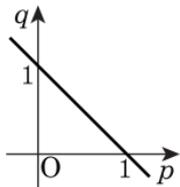
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} x^2 - px - q = 0 & \dots ① \\ x^2 - qx - p = 0 & \dots ② \end{cases}$$

①-②에서  $(-p + q)x - (-p + q) = 0$

$\therefore (-p + q)(x - 1) = 0$

여기서  $-p + q = 0$ 이면 즉  $q = p$ 이면

①, ②가 같게 되어 주어진 문제의 조건에 모순이다.

$\therefore x = 1$ 이다.

이 때 ①에서  $1 - p - q = 0$

따라서 구하는 식은  $q = -p + 1$ (단,  $p \neq q$ )

12. 방정식  $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값을 구하면?

①  $-\frac{3}{2}$

②  $-1$

③  $-\frac{1}{2}$

④  $-\frac{1}{4}$

⑤  $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서

$x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$

$(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$

$x, y$ 가 실수이므로  $x + 2y = 0 \dots\dots$  ①,  $x + 1 = 0 \dots\dots$  ②

①, ②에서  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

$\therefore x + y = -\frac{1}{2}$

해설

주어진 방정식을  $x$ 에 대하여 정리하면  $2x^2 + 2(2y+1)x + (4y^2+1) = 0 \dots\dots$  ①

$x$ 가 실수이므로  $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$

$\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$

그런데  $2y - 1$ 이 실수이므로  $2y - 1 = 0$

$\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots$  ②

②를 ①에 대입하면

$2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -1 \dots\dots$  ③

②, ③에서  $x + y = -\frac{1}{2}$

13.  $x$ 에 관한 이차방정식  $a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 이 실근을 갖기 위한 실수  $a$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$a(1-i)x^2 + (3+2ai)x + (2a+3i) = 0$ 의 실근 조건은 복소수 계수 이차방정식이므로 판별식을 쓸 수 없다. 근이 실수라는 것은  $x$ 가 실수임을 뜻하므로 복소수의 상등정리에서

$$(ax^2 + 3x + 2a) + (-ax^2 + 2ax + 3)i = 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$ax^2 + 3x + 2a = 0 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$-ax^2 + 2ax + 3 = 0 \dots\dots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}$  하면

$$(2a+3)x + (2a+3) = 0, (2a+3)(x+1) = 0$$

$$2a+3 = 0 \text{ 또는 } x+1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

i)  $a = -\frac{3}{2}$  일 때

$$\textcircled{\Gamma}\text{식에서 } -\frac{3}{2}x^2 + 3x - 3 = 0, x^2 - 2x + 2 = 0$$

이므로 허근을 가진다.  $\therefore a \neq -\frac{3}{2}$

ii)  $x = -1$  일 때  $\textcircled{\Gamma}$ 에 대입하면,

$$a - 3 + 2a = 0, 3a = 3 \quad \therefore a = 1$$

14. 방정식  $\{1 + (a + b)^2\} x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때  $a^3 + b^3 - 3ab$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b$ 는 실수)

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

해설

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - \{1 + (a + b)^2\} \cdot 2 \geq 0$$

$$-(a + b)^2 - 2(a + b) - 1 \geq 0$$

양변에  $-1$ 을 곱하면

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\{(a + b) + 1\}^2 \leq 0$$

그런데  $a, b$ 가 실수이므로  $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^3 + b^3 - 3ab &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 3ab \\ &= (-1)^3 - 3ab(-1) - 3ab \\ &= -1 \end{aligned}$$

15. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$a = bc, b = ca, c = ab,$$

$$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$$

$$abc \neq 0, abc = 1,$$

$$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$$

$$a = \pm 1, b = \pm 1, c = \pm 1$$

그러나  $abc = 1$  이므로,  $a, b, c$  중에서  $-1$ 인 것은 없거나 2개이다.

$$\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$