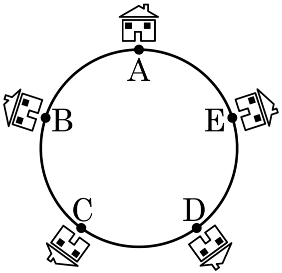
1. 다음 그림과 같이 다섯 집이 원형으로 위치하고 있다. 각 집을 직선으로 잇는 길을 만든다고 할 때, 만들 수 있는 길의 개수는?

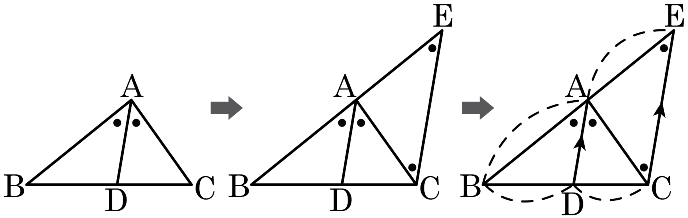


① 5개 ② 9개 ③ 10개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

A, B, C, D, E 의 5개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$(가지) 이다. 이 때, $\overline{AB}$는 $\overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$(개) 이다.

2. 다음은 삼각형의 내각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 고르면?



$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\angle ACE = \angle AEC$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 $\boxed{\text{㉠}}$ $\overline{AD} \,//\, \overline{EC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \boxed{\text{㉡}} : \overline{CD}$

① 이등변삼각형, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{BD}$

③ 정삼각형, $\overline{BD}$

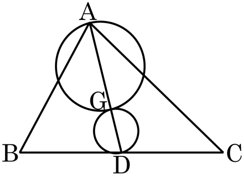
④ 예각삼각형, $\overline{BC}$

⑤ 예각삼각형, $\overline{BD}$

해설

$\angle BAD = \angle CAD$ 이면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{AG} = 12\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 작은 원의 넓이는?



① $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $9\pi\,\mathrm{cm}^2$

③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$ ④ $36\pi\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $81\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로 넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

큰 원의 넓이는 $36\pi(\mathrm{cm}^2)$, 작은 원의 넓이를 x 라 하면

$36\pi : x = 4 : 1$, $x = 9\pi$ (cm^2)

4. 두 개의 주머니 A, B 가 있다. A 주머니에는 파란 공 1개, 붉은 공 4 개가 들어 있고, B 주머니에는 파란 공 1개, 붉은 공 2개가 들어 있다. 무심코 한 주머니를 택하여 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률은?

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

해설

우선 A 혹은 B를 선택할 확률은 $\frac{1}{2}$

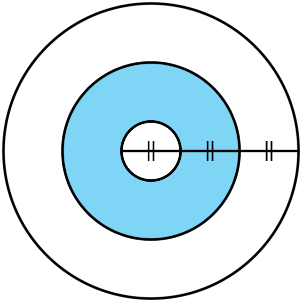
A 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$

B 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$

따라서 한 주머니를 택하여 파란 공을 뽑을 확률은

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

5. 다음 그림과 같은 과녁에 화살을 한 발 쏜다. 원에 의해 잘린 선분의 길이가 모두 같을 때, 색칠된 부분에 맞출 확률은?



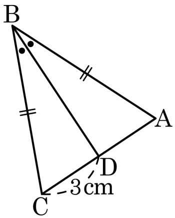
① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{8}{25}$ ③ $\frac{9}{25}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

가장 작은 원의 반지름을 r 이라 하면,
색칠된 부분의 넓이는 $\pi(3r)^2 - \pi r^2 = 8\pi r^2$ 이고 전체 넓이는 $\pi(5r)^2 = 25\pi r^2$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8\pi r^2}{25\pi r^2} = \frac{8}{25}$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CD}$ 와 길이가 같은 것은?



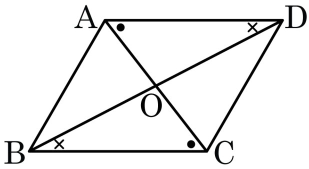
① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{AD}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{AC}$

해설

이등변삼각형에서 꼭지각을 이등분하는 선분은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{CD} = \overline{AD}$

7. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

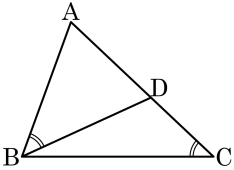
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

8. 다음은 $\angle ABD = \angle ACB$일 때, 두 삼각형이 닮음임을 증명하는 과정이다. 알맞은 것을 고르면?

> [증명]
> $\triangle ABD$와 $\triangle ACB$에서 (①)는 공통.
> 가정에서 (②)=(③)
> 삼각형의 닮음조건 (④)에 의하여 $\triangle ABD$ (⑤) $\triangle ACB$ 이다.
>
> 
>

① $\angle B$　　② $\angle ADB$　　③ $\angle ACB$

④ $\angle SSS$　　⑤ $\equiv$

해설

가정에서 $\angle ABD = \angle ACB$
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle ACB$ (SAS닮음) 이다.

9. a, b, c, d 의 문자를 사전식으로 배열할 때, $cadb$ 는 몇 번째인가?

① 14 번째 ② 15 번째 ③ 16 번째

④ 17 번째 ⑤ 18 번째

해설

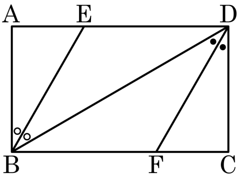
a 또는 b 가 맨 앞에 오면 어떤 다른 문자가 와도 $cadb$ 보다 사전식 배열은 앞선다.

$a\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1=6$ (가지), $b\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1=6$ (가지)

또한, c 가 앞에 오는 경우는 사전식으로 배열하면 $cabd$, $cadb$, $\cdots$

따라서 $cadb$ 는 사전식으로 배열할 때, $6+6+2=14$ (번째) 에 온다.

10. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE}=8\text{cm}$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm　② 32cm　③ 34cm

④ 36cm　⑤ 38cm

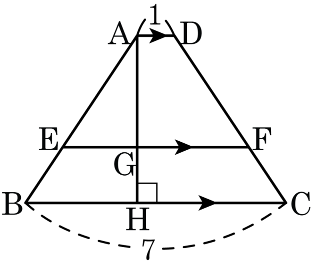
해설

$\overline{EB}\,//\,\overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.

따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE}=\overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\overline{DE}=8\text{cm}$이므로 둘레는 $4\times 8 = 32(\text{cm})$이다.

11. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \,/\!/\, \overline{EF}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$이다.
$\overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$이고, 사다리꼴 AEFD와 EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EG}$의 길이를 구하여라.

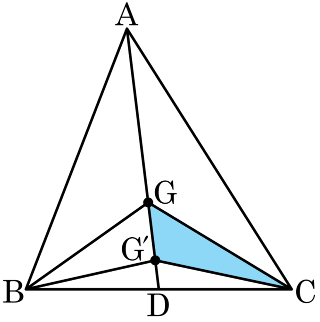


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{AG} = 2a,\ \overline{GH} = a, \overline{EF} = b$라 하면
$\square AEFD = \square EBCF$이므로
$$\frac{(7+b)\times a}{2} = \frac{(b+1)\times 2a}{2}$$
$\therefore\ b = 5$
$$\therefore\ \overline{EG} = \frac{\overline{EF} - \overline{AD}}{2} = \frac{5-1}{2} = 2$$

12. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\triangle GG'C$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



① 46cm^2 ② 48cm^2 ③ 50cm^2

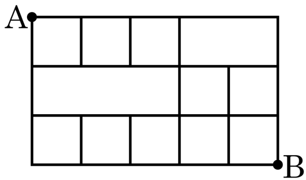
④ 52cm^2 ⑤ 54cm^2

해설

$$3\triangle GG'C = \triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$$

$$\therefore \triangle ABC = 9\triangle GG'C = 9 \times 6 = 54(\text{cm}^2)$$

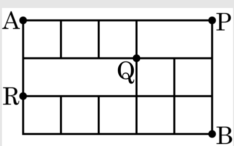
13. 다음 그림과 같은 도로망에서 A 부터 B 에 이르는 가장 가까운 길의 경우의 수를 구하면?



① 25가지　　② 27가지　　③ 29가지

④ 31가지　　⑤ 33가지

해설



A → P → B : 1 가지

$$A \to Q \to B : \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 24 \text{ (가지)}$$

$$A \to R \to B : 1 \times \frac{6!}{1! \times 5!} = 6 \text{ (가지)}$$

$\therefore 1 + 24 + 6 = 31$ (가지)

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

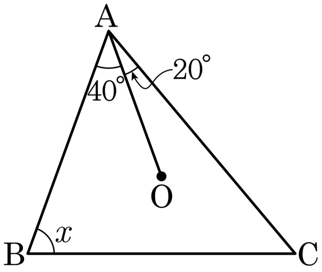
14. A, B 두 개의 주사위를 던질 때, 나온 두 눈의 합이 3 또는 9 일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{7}{36}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

해설

두 눈의 합이 3 인 경우는 $(1,2),(2,1)$ 이고
두 눈의 합이 9 인 경우는 $(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)$ 이므로
구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.