

1. 이차함수 $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하면, 점 $(9, k)$ 를 지날 때, k 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = \frac{3}{5}(x-4)^2$ 이고, x 의 값이 9 이므로 대입하면 $y = 15$ 이다. 따라서 $k = 15$ 이다.

2. 함수 $y = 5(x - 1)^2 - 2$ 의 꼭짓점과 대칭축을 구하면?

- ① 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = -1$
- ② 꼭짓점 $(-1, -2)$, 축 $x = 1$
- ③ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = -1$
- ④ 꼭짓점 $(1, -2)$, 축 $x = 1$
- ⑤ 꼭짓점 $(-1, 2)$, 축 $x = -1$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점은 (p, q) 이고, 대칭축은 $x = p$ 이다.

3. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x+1)^2 - 1$

② $y = -(x-2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

④ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x-1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 (2, 5), y 절편 3, 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

4. 이차함수 $y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7$ 의 꼭짓점이 제 4 사분면에 있기 위한 b 의 값의 범위로 옳은 것은?

- ① $b < 0$ ② $b < 7$ ③ $0 < b < 7$
④ $-7 < b < 0$ ⑤ $b < 0, b > 7$

해설

$y = -x^2 + 4bx - 4b^2 + b - 7 = -(x - 2b)^2 + b - 7$, 꼭짓점의 좌표가 $(2b, b - 7)$ 이다.
 $\therefore 2b > 0, b - 7 < 0$ 즉, $b > 0, b < 7$ 이므로 $0 < b < 7$ 이다.

5. 다음 그래프의 식을 구하면?

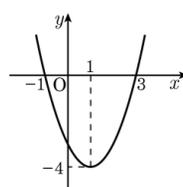
① $y = x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 + 2x - 3$

③ $y = x^2 - 2x - 3$

④ $y = x^2 - 2x + 3$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 3$



해설

꼭짓점이 $(1, -4)$ 이며 x 절편이 $-1, 3$ 이므로, $y = (x-1)^2 - 4$
 $\therefore y = x^2 - 2x - 3$

6. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$

② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

7. 함수 $f: R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로
 $a^2 - a - 2 = 4$, $a^2 - a - 6 = 0$, $(a - 3)(a + 2) = 0$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$
한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

8. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

9. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y 축이다.
- ④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

- ① y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ② 위로 볼록하다.
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

10. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $-y = (x-1)^2 - 2$, $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

12. 포물선 $y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은
 $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ 의 근과 같다.
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$
A(3, 0), B(-1, 0)
 $\therefore \overline{AB} = 4$

13. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

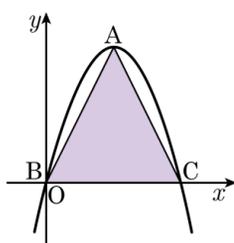
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

14. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



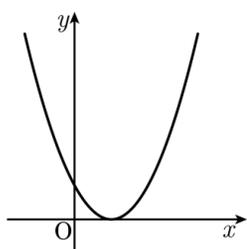
- ① 32 ② 16 ③ 8 ④ 4 ⑤ 2

해설

$y = -(x-2)^2 + 4$ 에서 A(2, 4) 이므로 삼각형의 높이는 4이다.
 $y = x(x-4)$ 에서 B(0, 0), C(4, 0) 이므로 $\overline{BC} = 4$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

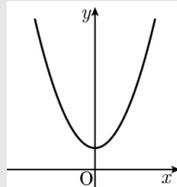
15. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0, p > 0, q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
 따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



16. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\ &= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

17. 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 M 이라 할 때, M 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$$

$$\text{최솟값 } M = -\frac{m^2}{4} + m$$

$$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$$

$m = 2$ 일 때, M 은 최댓값 1 을 갖는다.

18. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$$45 = 45 + 40x - 5x^2$$

$$5x^2 - 40x = 0$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

19. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가질 때, q 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가지므로

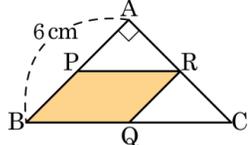
$$\frac{D}{4} = (p+2)^2 - 2p + 3q$$

$$= p^2 + 4p + 4 - 2p + 3q = 0$$

$$\therefore q = -\frac{1}{3}p^2 - \frac{2}{3}p - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}(p+1)^2 - 1$$

따라서 $p = -1$ 일 때, q 는 최댓값 -1 을 갖는다.

20. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 \overline{AB} 위에 점 P를 잡고, 점 P에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R라 한다. $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 될 때, \overline{BP} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$$\begin{aligned}
 \overline{BP} &= x \text{라 놓으면} \\
 \square PBQR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle RQC) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \left\{ \frac{1}{2} \times (6-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\} \\
 &= 18 - (x^2 - 6x + 18) \\
 &= -x^2 + 6x \\
 &= -(x-3)^2 + 9
 \end{aligned}$$

따라서 $\overline{BP} = 3\text{cm}$ 일 때, $\square PBQR$ 의 넓이가 최대가 된다.