

1. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $f(0) = -3$

② $f(-1) = 6$

③ $f(1) = 0$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

2. 다음 보기 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -(x - 2)^2$

㉡ $y = 4x^2 + 3$

㉢ $y = -x^2 + 7$

㉣ $y = -2(x - 1)^2$

㉤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

3. 이차함수 $y = -2(x - p)^2$ 의 그래프는 점 $(1, -32)$ 을 지난다. 축의 방정식을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ 답 :

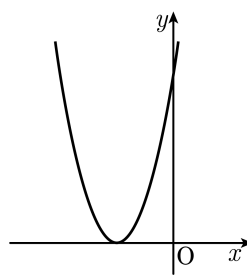
▷ 정답 : $x = 5$

해설

$y = -2(x - p)^2$ 의 그래프가 점 $(1, -32)$ 를 지나므로 $-32 = -2(1 - p)^2$, $p = 5$
 $\therefore y = -2(x - 5)^2$, 축의 방정식 : $x = 5$

4. 포물선 $y = x^2 + 6x + c$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(0, 3)$
③ $(-3, 0)$ ④ $(0, -3)$
⑤ $(-3, 9)$



해설

$y = x^2 + 6x + c$ 에 점 $(-1, 4)$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 4 &= (-1)^2 + 6 \times (-1) + c \\ &= 1 - 6 + c \\ &= -5 + c \end{aligned}$$

$$\therefore c = 9$$

포물선 식은 $y = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ 이므로 꼭지점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

5. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2 + 2$

㉡ $y = -2x^2$

㉢ $y = 5(x + 1)^2 - 4$

㉣ $y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$

㉤ $y = -0.5x^2 + 1$

㉥ $y = \frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로

㉥, ㉤, ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$

② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$

④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

7. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

8. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이다. a , b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x-a)^2 + b$ 이므로 $a = 1$, $b = -3$ 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = x^2 - 2x + 5$ 가 되었다. $2p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$= (x - 1)^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 에서 $(1, 4)$ 로 평행이동하였으므로

$$p = 2, q = 2$$

$$\therefore 2p + q = 6$$

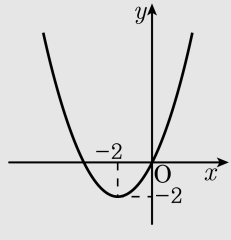
10. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ 의 그래프가 지나지 않는 곳은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면

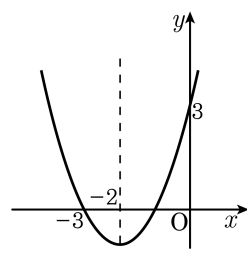
- ④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x \\&= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 2 \\&= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$



11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$

두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

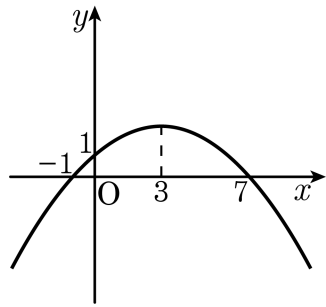
$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 이차함수의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{7}$

해설

점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a(0 + 1)(0 - 7), \quad a = -\frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -\frac{1}{7}(x + 1)(x - 7) \\ &= -\frac{1}{7}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= -\frac{1}{7}(x - 3)^2 + \frac{16}{7} \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

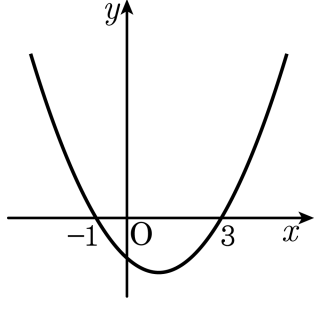
$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

14. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.
- ▶ 답 : 초
- ▶ 답 : m
- ▷ 정답 : 6초
- ▷ 정답 : 240 m

해설

$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$
따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

15. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

16. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

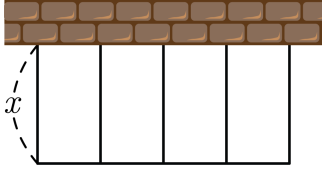
- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

17. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?

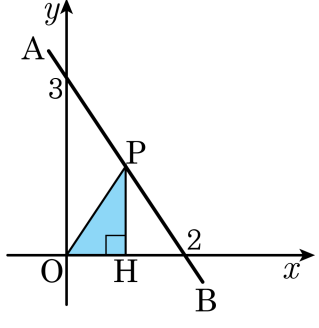


- ① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2
④ 200m^2 ⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $\qquad\qquad\qquad = -5(x-6)^2 + 180$

18. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

19. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 아래로 볼록하다.
- ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
- ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

20. 세 이차함수 $y = x^2 - 2x$, $y = x^2 - 6x + 8$, $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

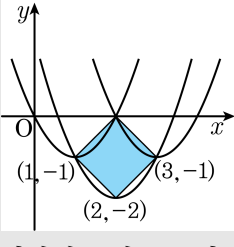
해설

$y = x^2 - 2x \cdots \textcircled{A}$

$y = x^2 - 6x + 8 \cdots \textcircled{B}$

$y = x^2 - 4x + 2 \cdots \textcircled{C}$

그래프 $\textcircled{C}$ 은 그래프 $\textcircled{A}$ 과 그래프 $\textcircled{B}$ 의 꼭짓점을 지나고 세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 이다.