

1. 수직선 위의 두 점 $A(2), B(6)$ 을 이은 선분 AB 를 $3:1$ 로 내분하는 점 P 와 외분하는 점 Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

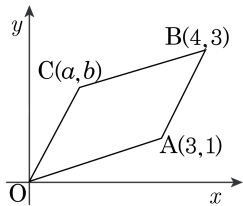
$P(p), Q(q)$ 라 하면

$$p = \frac{3 \cdot 6 + 1 \cdot 2}{3 + 1} = \frac{20}{4} = 5$$

$$q = \frac{3 \cdot 6 - 1 \cdot 2}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\therefore \overline{PQ} = |8 - 5| = 3$$

2. 다음 그림과 같이 네 점 $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$, $O(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $OABC$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

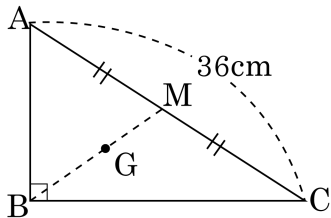
$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

3. $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$ 의 중점을 M, 무게중심을 G라 할 때, $\overline{BG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 빗변의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{MA} = \overline{MC} = \overline{MB} = 18$

한편, G는 무게중심이므로

$$\overline{BG} = \frac{2}{3} \overline{BM} = 12(\text{cm})$$

4. 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,3)$ 에 대하여 선분 OA, AB, BO 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R 라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

⑤ $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

해설

$P(x_1, y_1)$ 이라 하면

$$x_1 = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2 + 1},$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{2 + 1}$$

$$\therefore P\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

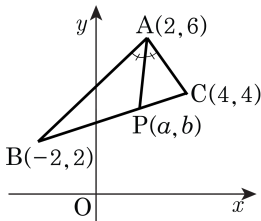
점 Q, R 도 마찬가지로 방법으로 계산하면

$$Q\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3}}{3}, \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

5. 다음 그림과 같이 세 점 $A(2, 6)$, $B(-2, 2)$, $C(4, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $3ab$ 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이

변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 가 성립한다.

$$\text{이때, } \overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$$

따라서 점 $P(a, b)$ 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$