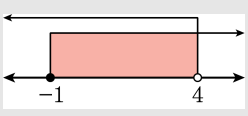
1. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 > 4x-3 \\ 3-x \le 2x+6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수는?

① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

정리하면 $x < 4$, $-1 \le x$



$x = -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$이므로 5개이다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \le 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

$3x-6 > 5x+2$, $x < -4$ 이고 $-2x-14 \le 3x+21$, $5x \ge -35$, $x \ge -7$ 이므로 $-7 \le x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

3. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x+1.2>0.5x \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x \end{cases}$ 를 만족하는 모든 정수 x 의 합은?

① 6 ② 3 ③ 1 ④ 0 ⑤ −2

해설

i) $0.3x+1.2>0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면
$3x+12>5x,\ x<6$
ii) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면
$8x-6<9x$, $x>-6$
$\therefore\ -6<x<6$ 만족하는 정수는 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 이고 이들의 합은 0 이다.

4. 연립부등식 $2 \le \frac{x+1}{2} < 5$의 x의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 \le x < 9$

해설

$2 \le \frac{x+1}{2} < 5$,
$4 \le x+1 < 10$
$\therefore 3 \le x < 9$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답:

▷ 정답: $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.
$a \leq x \leq 7$을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

6. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x-2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$ ② $a \leq 10$ ③ $a > 5$

④ $a \leq 5$ ⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x$, $x < a$, $3(x-2) \geq 2x - 1$, $x \geq 5$, 해가 없으려면 $a \leq 5$

7. 모든 실수 x에 대하여 x^2+ax+a가 -3보다 항상 크기 위한 상수 a의 값의 범위는?

① $-4<a<3$ ② $-2<a<4$ ③ $-2<a<6$

④ $2<a<4$ ⑤ $2<a<6$

해설

$x^2+ax+a>-3, x^2+ax+(a+3)>0$

모든 실수 x에 대하여 성립하려면

이차방정식 $x^2+ax+(a+3)=0$의 판별식을

D라 할 때,

$D<0$이어야 하므로

$D=a^2-4(a+3)<0$

$a^2-4a-12<0, (a-6)(a+2)<0$

$\therefore -2<a<6$

8. $a,\ b$는 0이 아닌 실수이고, $a < b$라고 할 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

(가) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (나) $|a| < |b|$

(다) $a^2 < b^2$ (라) $a^3 < b^3$

① (가), (나) ② (가), (나), (다)

③ (나), (다) ④ (다)

⑤ (라)

해설

$a = -2,\ b = 1$이라고 하면

$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2},\ \frac{1}{b} = 1$

$|a| = 2, |b| = 1 a^2 = (-2)^2 = 4,\ b^2 = 1$

따라서 (가), (나), (다)는 거짓이다.

$a < b$이면 $a^3 < b^3$가 항상 성립한다.

9. 다음 두 일차부등식을 만족하는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\frac{x-2}{3}+1 \le -\frac{x}{3}+\frac{3}{2}, \quad 0.2-0.1x > 1-0.5x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$\frac{x-2}{3}+1 \le -\frac{x}{3}+\frac{3}{2}$

양변에 6 을 곱하면

$2(x-2)+6 \le -2x+9$

$4x \le 9-2$

$x \le \frac{7}{4}$

$0.2-0.1x > 1-0.5x$

양변에 10 을 곱하면

$2-x > 10-5x$

$-x+5x > 10-2$

$4x > 8$

$x > 2$

∴ 해가 없다.

10. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$의 해가 $b \le x \le 9$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수)

① -6　② -4　③ 12　④ 14　⑤ 22

해설

$3x-2 \le 5x+8$, $3x-5x \le 8+2$, $-2x \le 10$

$\therefore\ x \ge -5$

$5x+8 \le 4x+a$, $5x-4x \le a-8$

$\therefore\ x \le a-8$

$-5 \le x \le a-8$

그런데 해가 $b \le x \le 9$이므로

$b=-5$, $a-8=9$

$\therefore\ a+b=17+(-5)=12$

11. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{cases} 2x-6<9 \\ 27-3x<9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x<9+6 \\ -3x<9-27 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x<\frac{15}{2} \\ x>6 \end{cases}$$

$\therefore x=7$

12. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면,

$\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.

따라서 최대 14 개를 사야 한다.

13. 부등식 $2|x+2|+|x-2|<6$을 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x<-2$일 때

$-2(x+2)-(x-2)<6,\ x>-\frac{8}{3}$

공통부분은 $-\frac{8}{3}<x<-2$

ii) $-2\le x<2$일 때

$2(x+2)-(x-2)<6,\ x<0$

공통부분은 $-2\le x<0$

iii) $x\ge 2$일 때

$2(x+2)+(x-2)<6,\ x<\frac{4}{3}$

공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3}<x<0$

정수 x : -2, -1 (2개)

14. x에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a < b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a < 0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b < 0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$을 이항하여 정리하면

$(a-b)x^2 - 2(a-b)x - 3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$이면 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a > b$이면

$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0$

$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

15. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$의 해를 구하면?

① $x < -4$ 또는 $x > 4$　　② $x < -1$ 또는 $x > 4$

③ $x < 1$ 또는 $x > -4$　　④ $-1 < x < 4$

⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로

(i) $x \geq 0$

$x^2 - 3x - 4 > 0$

$(x+1)(x-4) > 0$

$x < -1$ 또는 $x > 4$

$x \geq 0$이므로 $x > 4$

(ii) $x < 0$

$x^2 + 3x - 4 > 0$

$(x-1)(x+4) > 0$

$x < -4$ 또는 $x > 1$

$x < 0$이므로 $x < -4$

(i) (ii) 로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

16. 이차부등식 $ax^2 - bx + c < 0$의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$일 때, 이차부등식 $ax^2 + cx + b > 0$의 해는?

① $-2 < x < 1$　② $-1 < x < 0$　③ $1 < x < 2$

④ $1 < x < 3$　⑤ $2 < x < 5$

해설

$x < -1$ 또는 $x > 3$인 해를 갖는 이차항계수가 1인 이차부등식은 $(x+1)(x-3) > 0$이므로,
$ax^2 - bx + x < 0$의 a가 음수이고,
이 부등식은 $a(x+1)(x-3) < 0$과 같다.
따라서 $b = 2a,\ c = -3a$이고 주어진 부등식
$ax^2 - 3ax + 2a = a(x^2 - 3x + 2)$
$= a(x-2)(x-1) > 0$이 된다.
$a < 0$이므로 만족하는 해는 $(x-1)(x-2) < 0$에서
$1 < x < 2$

17. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을
α, β라 하면, $\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$에서
$2x+1=\alpha$, $2x+1=\beta$이므로
$x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$
따라서, $\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}$
$=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$\therefore$ $f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$
$\therefore \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

18. x에 관한 이차부등식 $x^2-(a-6)x+a-3\le 0$을 만족하는 실수 x가 존재할 때, 실수 a의 범위는?

① $4\le a\le 12$　② $a\le 4,\ a\ge 12$　③ $6\le a\le 8$

④ $a\le 6,\ a\ge 8$　⑤ $4\le a\le 8$

해설

$x^2-(a-6)x+a-3\le 0$의 실수해가 존재하려면

$D=(a-6)^2-4(a-3)\ge 0$

$a^2-16a+48\ge 0,\ (a-4)(a-12)\ge 0$

$\therefore\ a\le 4,\ a\ge 12$

19. 평지의 공원에 둘레의 길이는 200 m로 일정하고 넓이는 900 m^2 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로의 최대 길이는?

① 40 m　② 50 m　③ 90 m
④ 100 m　⑤ 150 m

해설

화단의 가로 길이를 x m라고 하면
세로의 길이는 $(100-x)$ m이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
$x>0,\ 100-x>0$에서 $0<x<100\cdots$(가)
900 m^2 이상이므로
$x(100-x)\geq 900$
$x^2-100x+900\leq 0,\ (x-10)(x-90)\leq 0$
$\therefore 10\leq x\leq 90$
이것은 (가)를 만족하므로
가로의 최대 길이는 90 m이다.

20. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

① $k < -1$ ② $-1 < k < 0$ ③ $k > 0$

④ $0 < k < 1$ ⑤ $k > 1$

해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면

위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여

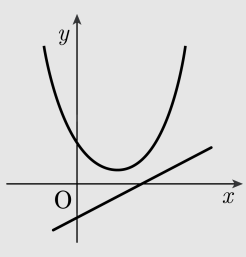
부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 가 항상 성립해야 한다.

즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서

판별식이 0 보다 작아야 하므로

$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$

$\therefore\ k < -1$



21. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} |\, x+3\,| \le 4 \\ x^2+7x-18>0 \end{cases}$$

① 모든 실수

② 해는 없다

③ $-7 \le x \le 1$

④ $x<-9$ 또는 $x>2$

⑤ $-9 \le x<-7$ 또는 $1 \le x<2$

해설

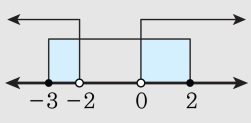
$$\begin{cases} -4 \le x+3 \le 4,\ -7 \le x \le 1 & \cdots ㉠ \\ (x+9)(x-2)>0,\ x<-9,\ x>2 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

22. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2+x-6 \le 0 \\ x^2+ax+b>0 \end{cases}$ 의 해가 $-3 \le x < -2$ 또는 $0 < x \le 2$ 일 때, a, b 를 구하여 $a \times b$ 를 계산하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2+x-6=(x+3)(x-2) \le 0$ 에서
$-3 \le x < 2$ 이므로
연립부등식의 해가 다음 그림과 같으려면 $x^2-ax+b>0$ 의 해는
$x<-2, x>0$ 이어야 한다.



$x^2+ax+b=x(x+2)=x^2+2x>0$
$\therefore a=2,\ b=0$
$\therefore a \cdot b=0$

23. 세 변의 길이가 $x-1,\ x,\ x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위가 $a<x<b$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x-1,\ x,\ x+1$은 삼각형의 세 변이므로
$x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$
$x-1+x>x+1 \therefore x>2 \cdots\cdots$①
한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2+x^2<(x+1)^2$
$x^2-4x<0$에서 $0<x<4 \cdots\cdots$②
①과 ②에서 $2<x<4$
$\therefore\ a=2,\ b=4$
따라서 $a+b=6$

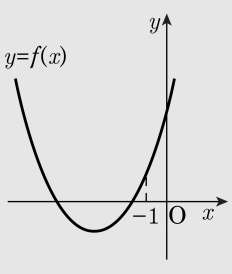
24. x 에 대한 이차방정식 $x^2-2kx+6-k=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x)=x^2-2kx+6-k$ 라 하면
방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4}=(-k)^2-(6-k)>0$ 에서

$k^2+k-6>0,\ (k+3)(k-2)>0$

$\therefore\ k<-3$ 또는 $k>2$

(ii) $f(-1)=1+2k+6-k>0$ 에서 $k>-7$

(iii) $-\frac{-2k}{2}<-1$ 에서 $k<-1$

이상에서 $-7<k<-3$

따라서 정수 k 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

25. x에 대한 이차방정식 $x^2 - x + k = 0$의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $1 < k < 2$　　② $-2 < k < 0$

③ $-2 \le k \le 0$　　④ $k < -2$ 또는 $k > 0$

⑤ $-2 < k < -1$

해설

$x^2 - 3x + 2 = 0$ 에서 $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

$f(x) = x^2 - x + k$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 사이에서 x 축과 만나야 한다.

$\therefore f(1) < 0,\ f(2) > 0$ 또는 $f(1) > 0,\ f(2) < 0$

즉, $f(1) f(2) = k(k+2) < 0$

$\therefore -2 < k < 0$