

1. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 - 4x - 3 = 0, \quad x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로

$$2 - \sqrt{7} = 0.\times\times\times, \quad 2 + \sqrt{7} = 5.\times\times\times$$

따라서 $2 - \sqrt{7}$ 과 $2 + \sqrt{7}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4
이므로 $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ 이다.

2. 이차방정식 $4x - \frac{x^2 + 1}{4} = 3(x - a)$ 의 근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 4 를 곱하면 $16x - (x^2 + 1) = 12(x - a)$

$x^2 - 4x + (1 - 12a) = 0$

근이 $x = b \pm \sqrt{15}$ 이므로

두 근의 합은 $2b = 4 \quad \therefore b = 2$

두 근의 곱은 $b^2 - 15 = 1 - 12a \quad \therefore a = 1$

$\therefore \frac{1}{2}ab = 1$

3. $0 < a < b$ 이고, $(a-b+3)(a-b-2) = 6$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 3 ② -4 ③ -3 ④ 7 ⑤ 1

해설

$$a-b=t \text{로 치환하면 } t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)=0$$

$$\therefore t=-4 \text{ 또는 } t=3$$

$$0 < a < b \text{ 이므로 } t=a-b < 0$$

$$\therefore a-b=-4$$

4. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

5. 이차방정식 $-3x^2 + ax - b = 0$ 의 두 근이 $-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ 일 때, $b - \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned}\frac{a}{3} &= -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} & \therefore a &= \frac{1}{2} \\ \frac{b}{3} &= -\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} & \therefore b &= -1 \\ \therefore b - \frac{1}{a} &= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

6. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

7. n 명 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어떤 모임의 회원 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 91가지일 때, 이 모임의 전체 회원은 몇 명인가?

① 11명 ② 12명 ③ 13명 ④ 14명 ⑤ 15명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 91 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 182 = 0 \text{ 이다.}$$

$$(n-14)(n+13) = 0$$

$$n = 14 (\because n > 0)$$

8. 어떤 자연수에 3를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 11작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+3)^2 = 3x^2 - 11$$

$$x^2 + 6x + 9 - 3x^2 + 11 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-5) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

9. 형의 나이는 동생의 나이보다 4 살 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 5 배보다 4 살이 많을 때, 동생의 나이는?

① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

형의 나이를 $x+4$, 동생의 나이를 x 살이라 하면

$$5(x+4)+4=x^2$$

$$x^2-5x-24=0$$

$$(x-8)(x+3)=0$$

$$\therefore x=8 (\because x>0)$$

따라서 동생의 나이는 8살이다.

10. 지면에서 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(30t - 5t^2)$ m 라고 할 때, 물체를 던져 올리고 나서 지면에 떨어지는데 걸리는 시간은?

① 2 초 후

② 3 초 후

③ 4 초 후

④ 5 초 후

⑤ 6 초 후

해설

지면에 떨어질 때의 높이는 0 이므로

$$30t - 5t^2 = 0, t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0, t = 0, 6$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 6$$

11. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

$$\text{중근을 가져야 하므로 } -k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 1$$

12. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{7}{2}$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

① $\alpha + \beta = 2$

② $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

③ $\alpha + \beta - \alpha\beta = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

④ $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$
 $= 2^2 + (-2) \times \frac{1}{2} = 3$

⑤ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

13. 이차방정식 $2x^2 + (a - 1)x + b = 0$ 의 두 근의 합이 4 , 곱이 6 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{(a-1)}{2} = 4 \text{ 이므로 } a = -7$$

$$\frac{b}{2} = 6 \text{ 이므로 } b = 12 \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = -7 + 12 = 5$ 이다.

14. 사과 120 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람이 갖는 사과의 개수는 학생 수보다 2 만큼 작다고 한다. 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

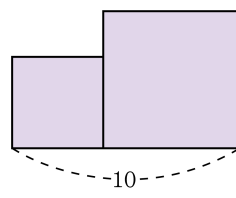
▶ 답 : 명

▷ 정답 : 12명

해설

학생 수를 x 라고 하면
 $x(x - 2) = 120$
 $x^2 - 2x - 120 = 0$
 $(x - 12)(x + 10) = 0$
 $x = 12$ 또는 -10
 $x > 0$ 이므로 $x = 12$

15. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 52 일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

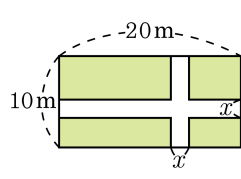
$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 10 - x \text{ 이므로 } x = 6$$

16. 가로 길이가 20 m, 세로 길이가 10 m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가 144m^2 가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



▶ 답: m

▶ 정답 : 2m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는
 가로 길이가 $(20 - x)$ m, 세로 길이가 $(10 - x)$ m 인 직사각
 형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(10 - x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x - 2)(x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

17. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\ &= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3} \end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로

$A = -2$, $B = -2$ 이다.

18. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$(x-3)^2 - 4(x-3) = 5$$

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x-3=t \text{로 치환하면 } t^2-4t-5=0$$

$$(t+1)(t-5)=0$$

$$t=5 \text{ 또는 } t=-1$$

$$\therefore x=8 \text{ 또는 } x=2$$

$$\therefore \alpha-\beta=8-2=6$$

19. 이차방정식 $12x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은

$$12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0, 12x^2 - x - 1 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로 $a + b = -2$ 이다.

20. 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$ (m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2초

해설

x 초 후에 높이가 30 cm 되었다면

$$10 + 20x - 5x^2 = 30$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$