

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x+1) = x(x+1)$

④ $x^2 = x(x-1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $x^2 - 5x + 6 = 0$

② $x^2 - x - 6 = 0$

③ $(x - 1)^2 = 8$

④ $x^2 = 5$

⑤ $(x - 1)(x + 5) = 0$

해설

① $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

3. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$18 + 18 - a = 0$$

$$\therefore a = 36$$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$$

$$2(x + 6)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 3$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x + k + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -3$

해설

$x^2 + 2x + k + 4 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 1 - (k + 4) = 0$$

$$\therefore k = -3$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 $(x - p)^2 = q$ 의 꼴로 고쳤을 때, pq 의 값을 고르면? (단, p, q 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x = 2, (x - 1)^2 = 2 + 1 = 3$$

$$p = 1, q = 3$$

$$\therefore pq = 3$$

6. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식)=0 이 되어야 한다.
 $3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p=0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면
 $3x^2 - 6x + 3 - p = 0$
 $D/4 = 9 - 3(3-p) = 0 \quad \therefore p = 0$

7. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.(단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{4} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

따라서 $A = -2, B = 6$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

8. 이차방정식 $3x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

9. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

10. x 가 자연수일 때, 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = -3$

③ $x = 3$

④ $x = 1$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 3$

해설

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

x 는 자연수이므로 $x = 1$

11. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

① $2 \pm \sqrt{2}$

② $3 \pm \sqrt{2}$

③ $3 \pm \sqrt{3}$

④ $2 \pm \sqrt{3}$

⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 4x = -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 2$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{2}$$

12. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

13. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

중근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$

14. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.
- ㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
- ㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
- ㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤
- ② ㉠, ㉡, ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)
㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0
㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2
㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

15. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25

② 29

③ 36

④ 47

⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$$

16. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 24 가 작아졌다. 어떤 자연수를 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$x^2 = 2x + 24, x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -4$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 6$

17. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m² 인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 x cm이면 세로의 길이는 $(9 - x)$ cm
따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.
 $\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$

18. $4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = Ax - 3$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$4\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = Ax - 3$$

$$4x^2 - 1 = Ax - 3$$

$$4x^2 - Ax + 2 = 0$$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4} = 2$

$$\therefore A = 8$$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4} = \frac{2}{4}$ 이므로 $B = 2$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{8}{2} = 4$$

19. 이차방정식 $x^2 + 4x + a^2 - 3a - 5 = 0$ 의 한 해가 $-2 + \sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, a 는 음의 유리수)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

한 근이 $-2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $-2 - \sqrt{5}$

근과 계수와의 관계에서

$$a^2 - 3a - 5 = (-2 + \sqrt{5})(-2 - \sqrt{5}) = -1$$

$$a^2 - 3a - 4 = 0, (a - 4)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 (a < 0)$$

20. 이차방정식 $x^2 + 2(2m-1)x + 8 = 0$ 의 한 근이 다른 근보다 2만큼 클 때, 이를 만족하는 m 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha + \alpha + 2 = -2(2m-1)$
 $\alpha + 1 = -(2m-1)$ 에 $\alpha = -2m$
 $\alpha(\alpha + 2) = 8$
 $\alpha = -2m$ 를 대입하면
 $(-2m)(-2m + 2) = 8$
 $4m^2 - 4m = 8$
 $m^2 - m - 2 = 0$
 $(m-2)(m+1) = 0$
 $m = 2$ 또는 $m = -1$
따라서 m 의 값들의 합은 1이다.

21. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 4 cm 길게 하고, 2 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 40 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

- ① 25 cm^2 ② 30 cm^2 ③ 36 cm^2
④ 40 cm^2 ⑤ 49 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-2) = 40$

이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 40$$

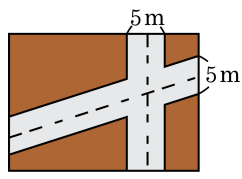
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

$$x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 가로 길이가 세로 길이보다 7 m 더 긴 직사각형 모양의 땅이 있다. 그림과 같이 폭이 5 m 인 도로를 만들었더니 도로를 뺀 나머지 부분의 넓이가 260m^2 가 되었다. 처음 직사각형 모양의 가로의 길이는?



- ① 23 m ② 24 m ③ 25 m ④ 26 m ⑤ 27 m

해설

가로를 $x\text{m}$, 세로를 $(x - 7)\text{m}$ 라 하면

$$(x - 5)(x - 7 - 5) = 260$$

$$x^2 - 17x - 200 = 0$$

$$(x + 8)(x - 25) = 0$$

$$x = 25 \text{ 또는 } x = -8$$

$$\therefore x = 25 (\because x > 12)$$

23. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 25 - 2 + 5 = 28 \end{aligned}$$

24. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

25. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$