1. 두 점 $A(-3,\ 1)$, $B(2,\ 5)$ 사이의 거리는?

① 5 ② $4\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $\sqrt{41}$ ⑤ $\sqrt{43}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{\{2-(-3)\}^2 + (5-1)^2} = \sqrt{41}$$

2. 두 점 $A(3, 6)$, $B(a, 4)$ 의 중점 M 과 두 점 $C(2, 3)$, $D(-4, b)$ 의 중점 N 이 일치한다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

중점 $M\left(\frac{3+a}{2}, \frac{6+4}{2}\right)$ 과 중점 $N\left(\frac{2+(-4)}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$ 이 일치하므로

$\frac{3+a}{2} = \frac{2+(-4)}{2}$, $3+a=-2 \quad \therefore \ a=-5$

$\frac{6+4}{2} = \frac{3+b}{2}$, $3+b=10 \quad \therefore \ b=7$

$\therefore \ a+b=2$

3. 세 점 A(1, −1), B(2, 1), C(3, 3)를 꼭짓점으로 하는 △ABC의 무게중심의 좌표는?

① (1, 1) ② (2, 1) ③ (3, 1)

④ (0, 1) ⑤ (2, 2)

해설

무게중심 $G\left(\frac{1+2+3}{3},\ \frac{-1+1+3}{3}\right)=(2,\ 1)$

4. 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AB 의 중점이 (2, 3) 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 에서

$y=0$ 일 때 $x=a$, $x=0$ 일 때, $y=b$

$\mathrm{A}(a,\ 0),\ \mathrm{B}(0,\ b)$

한편 선분 AB 의 중점이 (2, 3) 이므로

$$\frac{a+0}{2}=2,\quad \frac{0+b}{2}=3$$

$\therefore\ a=4,\ b=6$

$\therefore\ a+b=10$

5. 두 그래프 $kx+y=-3$과 $2x+(k-1)y=6$이 만나지 않을 때, 상수 k의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

두 그래프가 만나지 않으므로,

연립방정식 $\begin{cases} kx+y=-3 & \cdots\cdots\cdots\cdots ㉠ \\ 2x+(k-1)y=6 & \cdots\cdots\cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해는 없다.

즉, 위의 방정식을 x에 대하여 정리하면

㉠ $\times (k-1)-$ ㉡에서 $(k^2-k-2)x=-3(k+1)$

$\therefore\ (k-2)(k+1)x=-3(k+1)$

여기서, $k=2$이면 $0\cdot x=-9$이므로

연립방정식의 해가 없다.

따라서 구하는 k의 값은 $k=2$

(다른 풀이) 두 직선이 평행하기 위한 조건은

$$\frac{2}{k}=\frac{k-1}{1}=\frac{6}{-3}$$

$\therefore k=2$

6. 두 점 $\mathrm{A}(-1,4), \mathrm{B}(6,3)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 $\mathrm{P}(a,b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\mathrm{P}=(a,0)$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$에서

$(a+1)^2+4^2=(a-6)^2+9$, $a=2$

$\therefore\ \mathrm{P}=(2,0)$

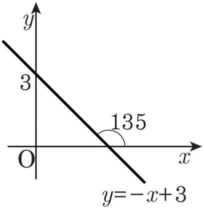
$a+b=2$

7. 함수 $y=-x+3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 ° 인지 구하면?

① $45°$ ② $60°$ ③ $120°$ ④ $135°$ ⑤ $150°$

해설

$y=-x+3$ 를 그리면
기울기 : -1 , y 절편 : 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
$-1=\tan\theta$ 에서 $\theta=135°$



8. 원점을 지나고, 점 $(2,\ 1)$에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$

④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y=kx(k\neq 0)$이라 하면,

$(2,\ 1)$에서의 거리가 1이므로

$$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1,\ |2k-1|=\sqrt{k^2+1},\ k(3k-4)=0$$

$$k=\frac{4}{3}\ (\because k\neq 0)$$

$$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$$

9. 세 점 $A(-1,\ 0)$, $B(2,\ -3)$, $C(5,\ 3)$에 대하여 등식 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=2\overline{CP}^2$을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$이다. 이 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 $(x,\ y)$ 라 하면
주어진 조건에서,
$(x+1)^2+y^2+(x-2)^2+(y+3)^2$
$=2\{(x-5)^2+(y-3)^2\}$
$2x^2-2x+2y^2+6y+14$
$=2(x^2-10x+y^2-6y+34)$
$18x+18y-54=0$
$\Rightarrow\quad x+y-3=0$
$\therefore\ a+b=1+(-3)=-2$

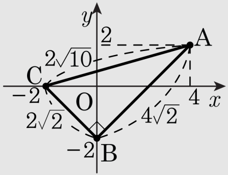
10. 세 점 A(4, 2), B(0, −2), C(−2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 △ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형　　② 둔각삼각형

③ ∠A = 90° 인 직각삼각형　　④ ∠B = 90° 인 직각삼각형

⑤ ∠C = 90° 인 직각삼각형

해설



△ABC 의 세변의 길이를 구하면

$\overline{AB}$

$= \sqrt{(0-4)^2+(-2-2)^2}$

$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2+\{0-(-2)\}^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2+(2-0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로

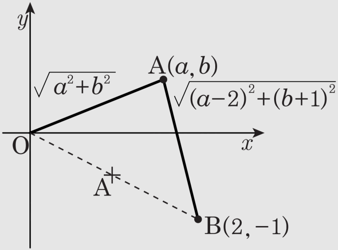
△ABC 는 ∠B = 90° 인 직각삼각형이다.

11. 좌표평면 위에 점 $O(0,\ 0)$, $A(a,\ b)$, $B(2, -1)$ 이 있다. 이때, $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{(a-2)^2+(b+1)^2}$ 의 최솟값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ $\sqrt{5}$　　④ 3　　⑤ $\sqrt{10}$

해설

$\sqrt{a^2+b^2}$ 은 $\overline{OA}$ 의 길이이고,
$\sqrt{(a-2)^2+(b+1)^2}$ 은 $\overline{AB}$ 의 길이이다.
따라서, 준 식은 O, A, B 가 일직선상에 있을 때 최소가 된다. (그림 참조)
따라서, $\overline{OA}+\overline{AB}$ 의 최솟값은 $\overline{OB}=\sqrt{5}$

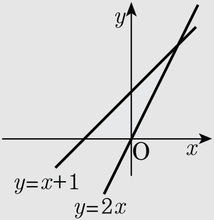


12. 기울기가 각각 1, 2 인 두 직선이 한 점 (1, 2) 에서 만날 때, 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

기울기가 1, 2 인 두 직선은 $y = x + a$, $y = 2x + b$ 로 놓을 수 있고,
이 두 직선이 (1, 2) 를 지나므로 $a = 1$, $b = 0$
따라서 두 직선은 다음 그림과 같고 넓이 S 는



$$\therefore \ S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

13. 두 직선 $3x-4y+1=0, 3x-4y-4=0$사이의 거리를 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

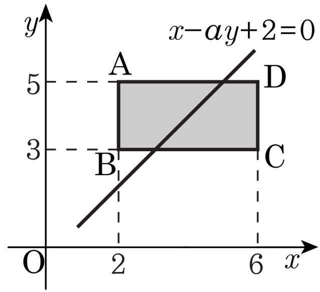
두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x-4y+1=0$의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \frac{\left|3\times 0+(-4)\times\frac{1}{4}-4\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

14. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $x-ay+2=0$ 일 때, 상수 a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직사각형의 넓이를 이등분하려면 직사각형의 대각선의 교점을 지나야 한다.

두 대각선의 교점의 좌표는 $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$

즉 $(4, 4)$ 이다.

직선 $x-ay+2=0$ 이 점 $(4, 4)$ 를 지나야 한다.

따라서 $(4, 4)$ 를 대입하면 $4-4a+2=0$

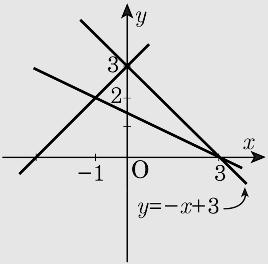
$\therefore\ a=\frac{3}{2}$

15. 두 직선 $y=-x+3$, $y=mx+m+2$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $\alpha<m<\beta$ 일 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$m(x+1)-(y-2)=0$ 에서 $y=mx+m+2$ 는
m 의 값에 관계없이 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.



$(3,\ 0)$ 을 지날때 $m=-\dfrac{1}{2}$

$(0,\ 3)$ 을 지날때 $m=1$

$\therefore\ -\dfrac{1}{2}<m<1$

따라서 $2\alpha+\beta=\ 0$