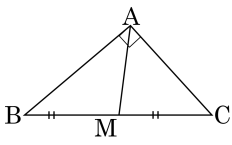


1. 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉠}} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{㉡}}^2 \right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$$\boxed{\text{㉡}} = \boxed{\text{㉢}} \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{㉣}} \left(\boxed{\text{㉤}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2$$

위의 증명에서 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

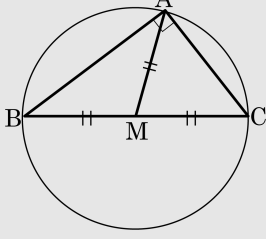
- ① $3, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ ② $4, 2\overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
 ③ $2, \overline{AM}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ④ $2, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
 ⑤ $\frac{16}{5}, \overline{AM}, \frac{1}{4}, \frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2} \left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2 \right)$$

이 때, $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.



$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} \text{ 이므로 } \boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2 \left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4} \right) \\ &= \boxed{2} \left(\boxed{\frac{1}{2}} \overline{BC}^2 \right) = \overline{BC}^2 \end{aligned}$$

2. A(1, 2), B(3, -2) 을 3 : 2로 외분하는 점 C(a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

3. A(2,6), B(-2,2), C(6,4)인 $\triangle ABC$ 의 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 P, Q, R라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 구하면?

① (0, 4)

② (-2, 4)

③ (2, 3)

④ (2, 4)

⑤ (4, 5)

해설

P, Q, R의 좌표는

P(0, 4), Q(2, 3), R(4, 5)이므로

$\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표를 G(x, y)라 하면

$$x = \frac{0+2+4}{3} = 2, y = \frac{4+3+5}{3} = 4$$

$\therefore G(2, 4)$

4. 점 $(1, -\sqrt{3})$ 을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 60° 인 직선의 방정식은?

① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

② $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

③ $y = x - \sqrt{3}$

④ $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$

⑤ $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$

해설

기울기가 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이고,
점 $(1, -\sqrt{3})$ 을 지나므로

$$y - (-\sqrt{3}) = \sqrt{3}(x - 1)$$

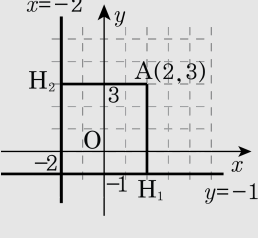
$$\therefore y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$$

5. 점 A(2,3)에서 직선 $y = -1$ 까지의 거리는 ()이고, 직선 $x = -2$ 까지의 거리는 ()이다. 위의 ()안에 알맞은 값을 차례로 나열한 것은?

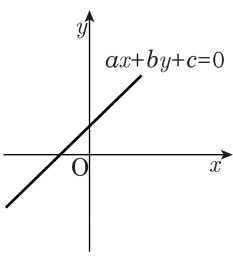
- ① 2, 3 ② 3, 2 ③ 3, 3 ④ 4, 3 ⑤ 4, 4

해설

다음 그림에서 점 A에서 $y = -1$ 에 내린 수선의발을 H_1 이라 하면
 $\overline{AH_1} = 4$ 이다.
또한 $x = -2$ 에 내린 수선의 발을 H_2 라고 하면
 $\overline{AH_2} = 4$ 이다.



6. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

7. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$

② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$

④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x-2)$$

$$\Rightarrow y = 2x-4$$

8. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$

② $(1, 1)$

③ $(0, 1)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
 a 의 값에 관계없이 점(0, 1) 을 지나는 직선이다.

9. 원점에서의 거리가 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

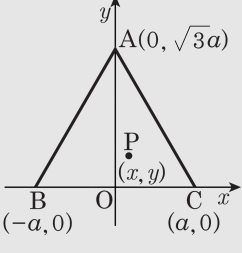
해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

10. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?
- ① 삼각형 ② 직선 ③ 선분
④ 원 ⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a,0)$ 이라고 두면, $B(-a,0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x,y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$
$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$
$$= (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2$$

정리하여 간단히 하면, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

∴ 직선

11. 세 점 A(3, a), B(2, 1), C($a+4$, 2)이 일직선 위에있을 때, 실수 a 의 값들의 곱은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 기울기는 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 같으므로

$$\frac{1-a}{2-3} = \frac{2-1}{(a+4)-2}, \quad \frac{a-1}{1} = \frac{1}{a+2}$$

$$(a-1) \cdot (a+2) = 1, \quad a^2 + a - 3 = 0$$

$\therefore$ 실수 a 의 값의 곱은 -3

12. 두 점 A(-1, 3), B(5, -3) 을 이은 선분의 수직이등분선의 방정식을 구하면?

① $y = x - 2$

② $y = x + 2$

③ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

④ $y = 3x + \frac{1}{2}$

⑤ $y = 3x - \frac{1}{2}$

해설

수직이등분선은 $\overline{AB}$ 의 중점을 지나고 $\overline{AB}$ 에 수직하다.

$$\Rightarrow \text{중점은 } \left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+(-3)}{2} \right)$$

$$\overline{AB} \text{ 의 기울기는 } \frac{-3-3}{5-(-1)} = -1$$

$\therefore$ 기울기가 1 이고, 점 (2, 0) 을 지난다.

$$\Rightarrow y = x - 2$$

13. 꼭짓점의 좌표가 A(0, 0), B(36, 15), C(a, b)인 삼각형 ABC가 있다.

a, b가 정수일 때, △ABC의 넓이의 최소는?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{13}{2}$
- ⑤ 최소값은 없다

해설

직선 $\overline{AB}$ 의 방정식은 $5x - 12y = 0$

△ABC의 높이 h 는

$$h = \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

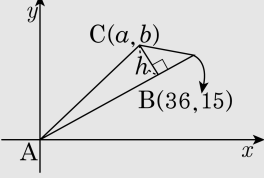
△ABC의 넓이 S는 $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{12^2 + 5^2} \cdot \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{3}{2} |5a - 12b|$$

a, b는 정수이므로, $|5a - 12b| = 1$ 일 때,

S의 최소는 $\frac{3}{2}$

실제로 $(a, b) = (5, 2)$ 또는 $(7, 3)$ 일 때이다.



14. 좌표평면에서 세 점 A(-1, 1), B(2, 2), C(6, 0)에 대하여 △ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점의 좌표는?

- ① (-1, -1)
- ② (2, -2)
- ③ (2, -3)
- ④ (-2, 3)
- ⑤ (-2, -3)

해설

$\overline{AB}$ 의 기울기 : $\frac{2-1}{2-(-1)}$, 중점은 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \Rightarrow$ 수직이등분선
: $y = -3(x - \frac{1}{2}) + \frac{3}{2}$
 $\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}$, 중심은 (4, 1) $\Rightarrow$ 수직이등분
선: $y = 2(x - 4) + 1$
두 직선의 교점을 구해보면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore$ 세 변의 수직이등분선의 교점은 한 점에서 만나므로
 $\therefore (2, -3)$

해설

세 점을 연결한 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점은 삼각형의 외심이므로 각 점에 이르는 거리가 같다.
 $O(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 에서 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-6)^2 + y^2, 7x - y = 17 \cdots \textcircled{A}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 에서 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = (x-6)^2 + y^2, 2x - y = 7 \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A} \textcircled{B}$ 에서 교점의 좌표는 (2, -3)

15. 세 도시 A, B, C가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이때 송전 비용을 최소화 하는 송전소의 위치는?
- ① 외심 ② 내심 ③ 수심
- ④ 무게중심 ⑤ 방심

해설

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$
송전소의 위치를 $D(x, y)$, 비용을 P 라고 하면
$$P = k\{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2\}$$
$$= k\left\{3\left(x - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)^2 - \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{3} - \frac{(y_1 + y_2 + y_3)^2}{3} + k(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)\right\}$$
$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \text{ 일 때}$$

즉 $\triangle ABC$ 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.