1. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점 ② 90 점 ③ 92 점 ④ 94 점 ⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균) $= \dfrac{90+84+88+94+x}{5} = 90$, $\dfrac{356+x}{5} = 90$, $356 + x = 450 \quad \therefore\ x = 94$

따라서 94 점을 받으면 평균90 점이 될 수 있다.

2. 다음은 5 명의 학생의 수면 시간의 편차를 나타낸 표이다. 이때, 5 명의 학생의 수면 시간의 분산은?

이름	우진	유림	성호	민지	희정
편차(시간)	1	-2	3	x	0

① 3　② 3.2　③ 3.4　④ 3.6　⑤ 3.8

해설

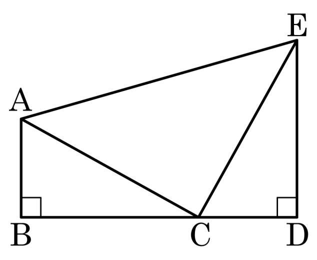
편차의 합은 0 이므로

$1-2+3+x+0=0,\quad x+2=0\quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{1^2+(-2)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

3. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다.$\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?

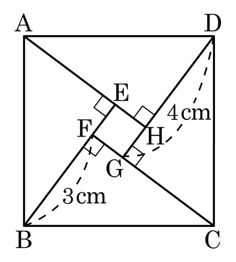


① 49 ② 50 ③ 51 ④ 52 ⑤ 53

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로
$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.
$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$
따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



> □EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
> $\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

5. 네 개의 수 5, 8, a, b 의 평균이 4 이고, 분산이 7 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a, b 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$

$\therefore\ a+b=3\cdots$㉠

또, 분산이 7 이므로

$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$

$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$

$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$

$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

6. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

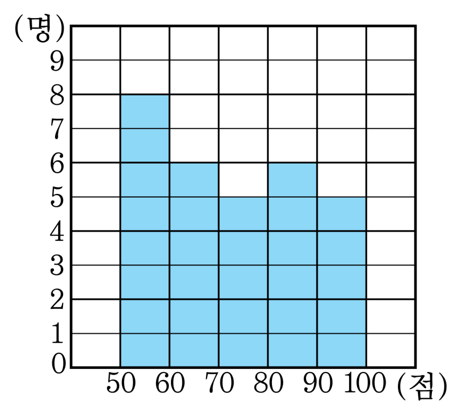
㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① ㉠ > ㉡ = ㉢ ② ㉡ < ㉠ = ㉢ ③ ㉠ < ㉡ = ㉢
④ ㉡ > ㉠ = ㉢ ⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

7. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

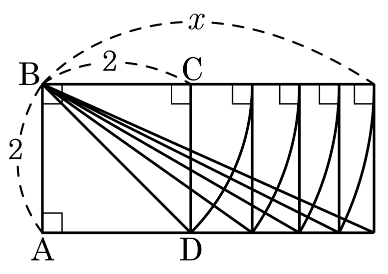
평균 : $\frac{55\times8+65\times6+75\times5+85\times6}{30}+\frac{95\times5}{30}=73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2\times8+(-8)^2\times6+2^2\times5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times5}{30}=\frac{628}{3}$

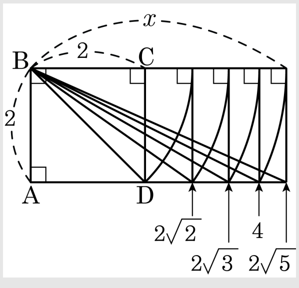
표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

8. 그림을 보고 x 의 값으로 알맞은 것은 어느 것인가?

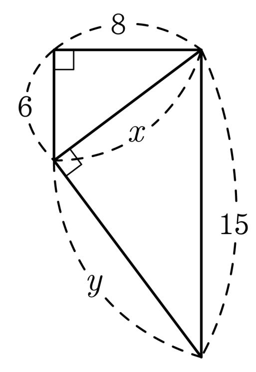


① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설



9. 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하면?

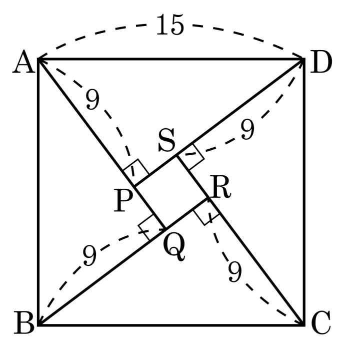


① $x = 10$, $y = 5\sqrt{5}$
② $x = 5\sqrt{5}$, $y = 10$
③ $x = 10$, $y = 8$
④ $x = 5\sqrt{2}$, $y = 5\sqrt{5}$
⑤ $x = 10$, $y = 10$

해설

위 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 6^2 + 8^2$
$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이고,
아래 삼각형에서 피타고라스 정리에 따라
$y^2 + x^2 = y^2 + 10^2 = 15^2$
$y^2 = 15^2 - 10^2 = 125$
$y > 0$ 이므로 $y = 5\sqrt{5}$ 이다.

10. $\square$ABCD 는 한 변의 길이가 15 인 정사각형이고 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS} = 9$ 일 때, $\square$PQRS 의 넓이로 적절한 것은?

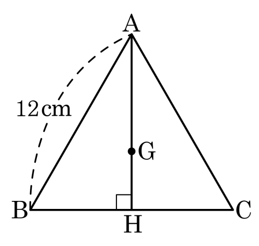


① 1　　② 3　　③ 5　　④ 9　　⑤ 11

해설

$\overline{AQ} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$
$\overline{PQ} = 12 - 9 = 3$
$\square$PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $3 \times 3 = 9$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고 점 G 는 무게중심이다. $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ④ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
⑤ $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

$\overline{AG} = 6\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$

12. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

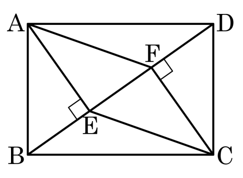
① $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ ② 4, 5, 6 ③ 2, 3, $\sqrt{10}$

④ $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$, 4 ⑤ 7, 8, 10

해설

$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{11}\right)^2=4^2$

13. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE} = \overline{EF} = \overline{FD}$ 이고, $\overline{BD} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$ 이므로

$5 \times 15 = \overline{AB}^2$, $\overline{AB} = 5\sqrt{3}$ 이다.

△ABD 가 직각삼각형이므로

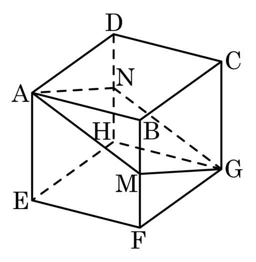
$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AD}}{\overline{BD}} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$= 5\sqrt{2} \times 5 = 25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{DH}}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $100\,\mathrm{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

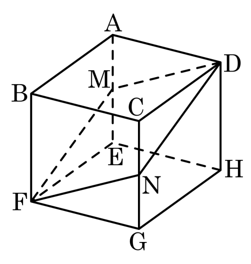
(마름모의 넓이) = (대각선) × (대각선) × $\frac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MN}} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $10\sqrt{3}\times 10\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 6인 정육면체에서 $\overline{AE}$의 중점을 M, $\overline{CG}$의 중점을 N이라 할 때, □MFND의 넓이를 구하여라.



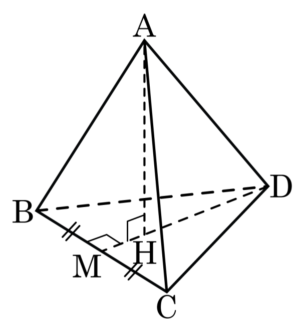
▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{6}$

해설

$\overline{MN} = \overline{AC} = 6\sqrt{2}$
$\overline{DF} = 6\sqrt{3}$,
□MFND 의 넓이 : $6\sqrt{3} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{6}$

16. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}cm^2$　② $13\sqrt{2}cm^2$　③ $14\sqrt{2}cm^2$
④ $15\sqrt{2}cm^2$　⑤ $16\sqrt{2}cm^2$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(cm)$

$\overline{MH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \dfrac{1}{3} = 2\sqrt{3}(cm)$

$(\therefore\ \triangle AMH$의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

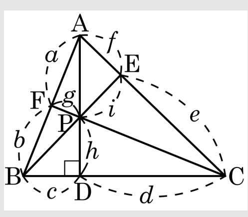
17. 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, B, C 에서 마주보는 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AE}}^2+\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2=100$ 이다. 이때 $\overline{\mathrm{AF}}^2+\overline{\mathrm{BD}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

다음 그림과 같이 세 수선의 교점을 P 라 하면



$\triangle$PAF 와 $\triangle$PAE 에서 $a^2+g^2=f^2+i^2\cdots$①

$\triangle$PBF 와 $\triangle$PBD 에서 $b^2+g^2=c^2+h^2\cdots$②

$\triangle$PDC 와 $\triangle$PCE 에서 $d^2+h^2=e^2+i^2\cdots$③

①, ②, ③을 변끼리 더하면 $a^2+c^2+e^2=b^2+d^2+f^2$

따라서 $\overline{\mathrm{AF}}^2+\overline{\mathrm{BD}}^2+\overline{\mathrm{CE}}^2=\overline{\mathrm{BF}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2+\overline{\mathrm{AE}}^2=100$ 이다.

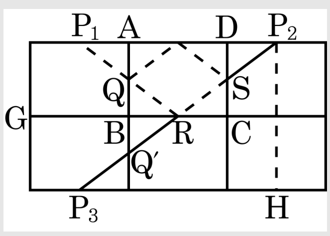
18. 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 정사각형 ABCD 의 각 변 위에 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

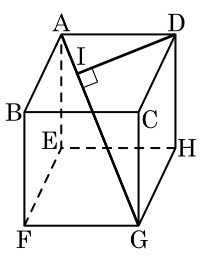
다음 그림과 같이 □ABCD 와 합동인 직사각형을 작도하여 점 P 를 각각 변 AB 와 CD 에 대해 대칭이동한 점 P_1, P_2 를 잡으면



$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{P_1Q} + \overline{QR}$
$\overline{PS} + \overline{SR} = \overline{P_2S} + \overline{SR}$
다시, 점 P_1, Q 를 GB 에 대해 대칭이동한 점 P_3, Q′ 를 잡으면 $\overline{P_1Q} + \overline{QR} = \overline{P_3Q'} + \overline{Q'R}$ 이 되어 □PQRS 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{P_2P_3}$ 의 길이가 된다.

따라서 $\overline{P_2P_3} = \sqrt{\overline{P_3H}^2 + \overline{P_2H}^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2} = 12$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $2\sqrt{2}$ cm

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{AG} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6$ (cm)

$\triangle DGH$ 에서 $\overline{DG}^2 = (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 24$

$\therefore\ \overline{DG} = 2\sqrt{6}$ (cm) $(\because\ \overline{DG} > 0)$

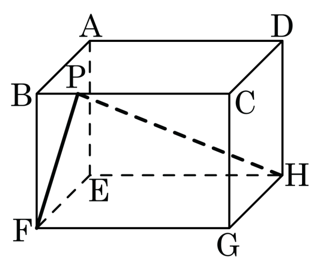
$\triangle AGD$ 에서 $\angle ADG = 90°$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{DG} = \frac{1}{2} \times \overline{AG} \times \overline{DI}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{DI}$

$\therefore\ \overline{DI} = 2\sqrt{2}$ (cm)

20. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = 4$, $\overline{\mathrm{AD}} = 5$, $\overline{\mathrm{AE}} = 3$ 인 직육면체의 모서리 BC 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{FP}} + \overline{\mathrm{PH}}$ 의 최솟값을 구하여라.

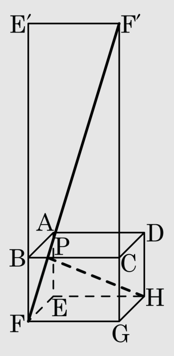


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{89}$

해설

면 BCEH 를 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 축으로 회전하여 면 BFGC 와 한 면이 되도록 두 점 E′, H′ 를 잡으면 $\overline{\mathrm{FP}} + \overline{\mathrm{PH}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{FH'}}$ 와 같다.



따라서 $\overline{\mathrm{GH'}} = \overline{\mathrm{CG}} + \overline{\mathrm{CH'}} = 3 + \sqrt{4^2 + 3^2} = 8$ 이므로 $\overline{\mathrm{FH'}} = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89}$ 이다.