

1. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으면?

- ① $2+i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1+\sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1-\frac{1}{i} = 1+i$ 복소수 (×)

2. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

3. 점 A(-2,4)에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 (1,2)가 되도록 점 B를 정할 때, 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표는?

① (-16,8)

② (-8,16)

③ (-7,4)

④ (8,-16)

⑤ (16,-8)

해설

점 B의 좌표를 B(a,b)라 하면

선분 AB의 중점의 좌표가 (1,2)이므로

$$\frac{-2+a}{2} = 1, \frac{4+b}{2} = 2$$

$$\therefore a = 4, b = 0$$

따라서 두 점 A(-2,4), B(4,0)을 잇는

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 4 - 2 \times (-2)}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2} \right) = (16, -8)$$

4. 두 직선 $(a-2)x+3y-1=0$, $ax-y+3=0$ 이 평행할 때의 a 값이 $\frac{1}{n}$ 이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{a}{a'} &= \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{에서} \\ \frac{a-2}{a} &= \frac{3}{-1} \neq \frac{-1}{3} \quad (a \neq 0) \\ \therefore 3a &= -a+2 \\ \therefore a &= \frac{1}{2} \\ \therefore n &= 2\end{aligned}$$

5. 점 $(1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -1)$

② $(-1, -3)$

③ $(3, -1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(3, 5)$

해설

$(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$ 이므로

$(1, -2) \rightarrow (1+2, -2-1) = (3, -3)$

6. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로
두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$
두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$
 $\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

7. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$
- ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$
⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$
- ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 정수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$\begin{cases} 7-2x \geq -3 \\ 4x+6 > x \\ x-1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > -2 \\ x < 4 \end{cases}$$

따라서 $-2 < x < 4$ 이므로 연립방정식을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5 개 이다.

9. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$
 $\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

10. 길이가 6인 선분을 같은 방향으로 2 : 1로 내분하는 점과 외분하는 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

길이가 6인 선분을 OA라 하고,
O를 원점으로 잡으면 A의 좌표는 (6, 0)
이 선분을 2 : 1로 내분하는 점 P(x_1)라 하면

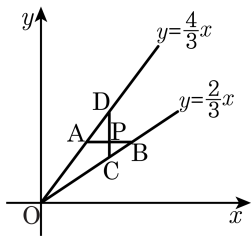
$$x_1 = \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1} = 4$$

2 : 1로 외분하는 점 Q(x_2)라 하면

$$x_2 = \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1} = 12$$

따라서 $PQ = 12 - 4 = 8$

11. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 $y = \frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 x 축, y 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A, B, C, D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{9}{8}$
 ④ $\frac{9}{2}$
 ⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

$$\text{직선 } y = \frac{4}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{직선 } y = \frac{2}{3}x \text{ 의 기울기에서 } \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{\overline{AP} \cdot \overline{BP}}{\overline{CP} \cdot \overline{DP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} \cdot \frac{\overline{BP}}{\overline{CP}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$$

12. 두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 두 직선 $y - 3x - 4 = 0$, $y - ax - 2 = 0$ 의 교점이 있다고 할 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

결국 세 직선의 교점이 일치하므로

두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는

직선과 직선 $y - 3x - 4 = 0$ 의 교점이

직선 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있다.

두 점 $(2, 3)$, $(1, 2)$ 를 지나는 직선은

$$y - 2 = \frac{3 - 2}{2 - 1}(x - 1)$$

$$\therefore y = x + 1$$

따라서 두 직선

$$y - 3x - 4 = 0 \text{과 } y = x + 1 \text{의 교점은 } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

교점이 $y - ax - 2 = 0$ 위에 있으므로

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}a - 2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

13. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기

$$x=1 \text{ 대입, } a=0$$

㉡ 상수항 구하기

$$x=0 \text{ 대입, } b=24$$

14. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

㉠은 x 에 대한 항등식이므로 양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

15. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 $= k$)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

16. 최대공약수가 $x-2$ 이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-5x-6 인 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = x^2+x-6$ 일 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① x^2-x-2
- ② x^2-x+2
- ③ x^2+2x-1
- ④ $2x^2-x-1$
- ⑤ x^2+x+1

해설

조립제법을 이용한다.

2	1	2	-5	-6
		2	8	6
-1	1	4	3	0
		-1	-3	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

$A=x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

$B=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$

$\therefore B=(x-2)(x+1)=(x^2-x-2)$

17. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n = 1$ 을 만족하는 최소의 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 4$

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \text{ 에서}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^1 = -i$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 = (-i)^2 = -1$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = (-i)^3 = i$$

$$n = 4 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4 = (-i)^4 = 1$$

따라서 조건을 만족하는 최소의 자연수는 4이다.

18. 다음은 두 복소수 z_1, z_2 에 대하여 ' $z_1 \cdot z_2 = 0$ 이면 $z_1 = 0$ 또는 $z_2 = 0$ '임을 보인 것이다.

$$\begin{aligned} z_1 &= a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\ z_1 z_2 &= 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\ \text{이 식의 양변에 } (a - bi)(c - di) \text{를 곱하면} \\ (\text{좌변}) &= (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \\ &= (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\ &= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\ (\text{우변}) &= 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \\ \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) &= 0 \\ \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로} \\ a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \\ \therefore z_1 = 0 \text{ 또는 } z_2 = 0 \end{aligned}$$

다음 중 위의 과정에 이용되지 않는 성질은?

- ①

두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ②

두 실수 x, y 에 대하여 $xy = 0$ 이면 $x = 0$ 또는 $y = 0$ 이다.
- ③

두 실수 x, y 에 대하여 $x + yi = 0$ 이면 $x = y = 0$ 이다.
- ④

임의의 복소수 α 에 대하여 $0 \cdot \alpha = 0$ 이다.
- ⑤

복소수 α, β 에 대하여 $\alpha\beta = \beta\alpha$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} z_1 &= a + bi, z_2 = c + di \quad (a, b, c, d \text{는 실수}) \text{라고 하자.} \\ z_1 z_2 &= 0 \text{이면 } (a + bi)(c + di) = 0 \\ (\text{좌변}) &= (a + bi)(c + di)(a - bi)(c - di) \cdots \text{ ⑤} \\ &= (a + bi)(a - bi)(c + di)(c - di) \\ &= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \\ (\text{우변}) &= 0 \cdot (a - bi)(c - di) = 0 \cdots \text{ ④} \\ \therefore (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) &= 0 \cdots \text{ ②} \\ \text{따라서 } a^2 + b^2 = 0 \text{ 또는 } c^2 + d^2 = 0 \text{ 이므로 } \cdots \text{ ①} \\ a = b = 0 \text{ 또는 } c = d = 0 \cdots \text{ ③의 역} \\ \therefore a + bi = 0 \text{ 또는 } c + di = 0 \\ \text{즉, 이 과정에서 ③의 역은 이용되었지만, ③은 이용되지 않았다.} \end{aligned}$$

19. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore 3x^2 - 2x = -1$

20. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $n, n + 1$ 이라 하면

$$\begin{cases} n + (n + 1) = a \cdots \cdots \textcircled{A} \\ n(n + 1) = a + 1 \cdots \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \text{에서 } n = \frac{a - 1}{2} \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{C}$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면

$$\frac{a - 1}{2} \left(\frac{a - 1}{2} + 1 \right) = a + 1$$

이것을 정리하면 $(a + 1)(a - 5) = 0$

$$a = -1, 5$$

$$\therefore -1 + 5 = 4$$

21. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 는 $x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다고 한다.
 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$

$$\begin{aligned} y &= x^2 + bx + c \\ &= (x + 1)^2 + 2 \\ &= x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 2, c = 3$$

$$\therefore b + c = 2 + 3 = 5$$

22. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$$\frac{a^2}{4} = 4, \quad a = \pm 4$$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

23. 두 부등식 $2(5 - 2x) \geq x + 5$, $2x + 1 > x + a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \geq 2$

해설

$$2(5 - 2x) \geq x + 5, 5 \geq 5x \quad \therefore x \leq 1$$

$$2x + 1 > x + a \quad \therefore x > a - 1$$

따라서 해가 존재하지 않기 위해서는 $a - 1 \geq 1$ 이어야 한다.

$$\therefore a \geq 2$$

24. 좌표평면 위를 움직이는 두 점 $P(a+1, -3)$, $Q(3, -a+1)$ 에 대하여 P , Q 사이의 거리의 최솟값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{(3-a-1)^2 + (-a+1+3)^2} \\ &= \sqrt{(2-a)^2 + (4-a)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 12a + 20} \\ &= \sqrt{2(a-3)^2 + 2}\end{aligned}$$

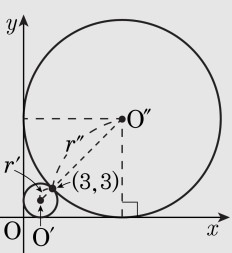
따라서, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $a = 3$ 일 때, $\sqrt{2}$ 이다.

25. 점 $(3, 3)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 두 원의 중심사이의 거리는?

- ① 15 ② 12 ③ 9 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

조건을 만족하는 원은 1 사분면 위에 존재하므로 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면, 구하는 원의 방정식은 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이 원이 점 $(3, 3)$ 을 지나므로 $(3-r)^2 + (3-r)^2 = r^2$
 $\therefore r^2 - 12r + 18 = 0 \dots \text{㉠}$



한편, 두 원이 점 $(3, 3)$ 에서 서로 접하므로, 두 원의 중심사이의 거리는 두 원의 반지름의 길이의 합 $r' + r''$ 과 같다.
따라서, 근과 계수와의 관계에서 ㉠ 의 두 근의 합은 12 이다.