

1. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1 + \sqrt{-4}$, $3 + 4i$, 9 , $i^2 + 1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

2. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

3. $-x + 5 \geq 3$, $2x - 3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$$-x + 5 \geq 3, \quad x \leq 2$$

$$2x - 3 \geq 7, \quad x \geq 5$$

$\therefore$ 해는 없다.

4. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 B, C의 좌표를 구하면?

① B(-5, 2), C(5, 1)

② B(-6, 2), C(4, 0)

③ B(-7, 2), C(5, 0)

④ B(-7, -1), C(4, 0)

⑤ B(-7, -2), C(5, -1)

해설

B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)으로 놓으면

$$\frac{5+x_2}{2} = -1, \frac{4+y_2}{2} = 3,$$

$$\frac{5+x_2+x_3}{3} = 1, \frac{4+y_2+y_3}{3} = 2$$

$$\therefore x_2 = -7, y_2 = 2, x_3 = 5, y_3 = 0$$

$$\text{즉, B}(-7, 2), \text{C}(5, 0)$$

5. 두 직선 $(a-2)x+3y-1=0$, $ax-y+3=0$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-2}{a} = \frac{3}{-1} \neq \frac{-1}{3} \quad (a \neq 0)$$

$$\therefore 3a = -a + 2$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

6. 원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

원의 중심이 $(1, -2)$ 이고, 반지름이 3 인 원은
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$ 으로 나타낼 수 있다.

이 식을 전개하면

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$\text{따라서 } A + B + C = -2 + 4 - 4 = -2$$

7. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

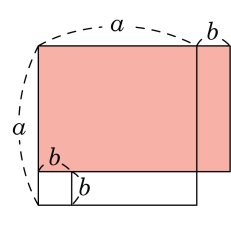
$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

8. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$
①' = ① 이므로
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

9. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

10. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

11. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2$, $b = 4$, $c = -1$

$\therefore abc = -8$

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

14. 두 부등식 $10 - 3x > 4$, $2x + 1 > -3$ 을 동시에 만족하는 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$i) 10 - 3x > 4$$

$$\Rightarrow x < 2$$

$$ii) 2x + 1 > -3$$

$$\Rightarrow x > -2$$

부등식의 해의 범위가 $-2 < x < 2$ 이므로,

$$a + b = (-2) + 2 = 0 \text{ 이다.}$$

15. 서로 수직인 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점을 H 라 할 때,
H 의 좌표는 ()이다. 따라서, 원점에서 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 까지의
거리는 ()이다. 위의 ()안에 알맞은 것을 차례대로 나열하면?

- ① $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ③ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{3\sqrt{5}}{5}$

④ $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right), \frac{4\sqrt{5}}{5}$
- ⑤ $(1, 2), \sqrt{5}$

해설

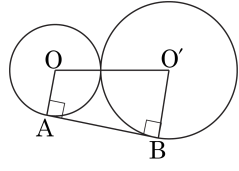
두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = 2x$ 의 교점

H 의 좌표는 $-\frac{1}{2}x + 2 = 2x, -x + 4 = 4x$

이고 $x = \frac{4}{5}, y = \frac{8}{5}$ 이다. 즉, H $\left(\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$ 이므로

따라서 $\overline{OH} = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

16. 다음 그림의 두 원 O 와 O' 에서 공통 접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?
(단, $\overline{OO'} = 5\text{ cm}$, $\overline{OA} = 2\text{ cm}$, $\overline{O'B} = 3\text{ cm}$ 이다.)



- ① $\sqrt{6}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{5}\text{ cm}$ ③ $2\sqrt{6}\text{ cm}$
④ $\sqrt{5}\text{ cm}$ ⑤ $3\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - (3 - 2)^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

17. x 의 모든 값에 대하여 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

$$x^3 + 1 = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + a(x - 1)(x - 2) + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

x 에 대한 항등식이므로
 $x = 1$ 일 때, $2 = c \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x = 2$ 일 때, $9 = b + c \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $x = 3$ 일 때, $28 = 2a + 2b + c \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 7, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 15$

18. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

19. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $6x+1$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $6x+7$

② $-6x+5$

③ $7x+7$

④ $7x-1$

⑤ $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2 q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{ 에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는 $7x-1$ 이다.

20. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 -3 이 남고, $x+3$ 으로 나누면 27 이 남는다. 이 $f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눌 때, 그 나머지는?

① $6x-9$

② $-6x+9$

③ $2x+3$

④ $-2x-3$

⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q(x) + ax + b$$

문제의 조건으로부터

$$f(2) = -3, f(-3) = 27 \text{이므로}$$

$$2a + b = -3, -3a + b = 27$$

$$\therefore a = -6, b = 9$$

따라서 구하는 나머지는 $-6x+9$ 이다.

21. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+1$ 이고, 곱이 $x^4+x^3-7x^2-13x-6$ 이다. A, B 의 최소공배수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(3)$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$AB = LG, \quad G = x + 1$$

$$AB = x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$$

$$= (x+1)^2(x+2)(x-3)$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)(x-3), \quad f(3) = 0$$

22. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1이다.

23. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x - 1)^2 - 1 + k$$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$$\therefore k = 5$$

24. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

25. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 + a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 허근은?

- ① $\pm i$ ② $\pm 2i$ ③ $\pm 3i$ ④ $\pm 4i$ ⑤ $\pm 5i$

해설

한 근이 1이므로 사차방정식 $x^4 + 3x^2 + a = 0$ 에 대입하면

$$1 + 3 + a = 0, \quad \therefore a = -4$$

방정식 $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ 에서 $x^2 = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 3t - 4 = 0, \quad (t + 4)(t - 1) = 0, \quad (x^2 + 4)(x^2 - 1) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2i \text{ 또는 } x = \pm 1$$

따라서, 주어진 방정식의 허근은 $\pm 2i$ 이다.

26. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 > 5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} + 3 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{cases} 2x-1 > 5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4} + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 22 \end{cases}$$

$3 < x \leq 22$ 에서 $a = 3, b = 22$

$\therefore ab = 66$

27. 부등식 $x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

① 0

② -2

③ 2

④ 6

⑤ -6

해설

$x^2 - 2x - 2 < 2|x - 1|$ 에서 구간을 나누어 해를 구한다.

(i) $x \geq 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < 2(x - 1)$

$x^2 - 4x < 0$, $x(x - 4) < 0$, $0 < x < 4$

공통범위는 $1 \leq x < 4$

(ii) $x < 1$ 일 때, $x^2 - 2x - 2 < -2(x - 1)$

$x^2 - 4 < 0$, $-2 < x < 2$

공통범위는 $-2 < x < 1$

i + ii : $-2 < x < 4 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 4 - (-2) = 6$

28. 모든 실수 x 에 대하여 다항식 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3$ 의 값이 항상 2보다 크도록 하는 상수 m 의 범위가 $a < m < b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3 > 2$
 $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 1 > 0$ 이므로
 $m \neq -1$, $m > -1$ 이고, $D < 0$ 이다.
 $\frac{D}{4} = m^2 - 3m < 0 \quad \therefore 0 < m < 3$
 $\therefore a = 0, b = 3$
 $\therefore a + b = 3$

29. 직선 $y = 2x$ 위에 있고 점 $A(2, 0)$, $B(3, 1)$ 에서 같은 거리에 있는 점을 $P(\alpha, \beta)$ 라고 할 때, $\alpha\beta$ 를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 $P(\alpha, 2\alpha)$ 라 하면

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(\alpha - 2)^2 + (2\alpha)^2 = (\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2$$

$$-4\alpha + 4 = -6\alpha - 4\alpha + 10$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2$$

30. 연립방정식 $ax + 4y + 1 = 0$, $(a - 1)x + 3y + 3 = 0$ 의 해가 불능이 되도록 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 직선이 평행이 되면, 즉 기울기가 같고
 y 절편이 다르면, 해가 불능이 된다.

$$\therefore -\frac{a}{4} = -\frac{a-1}{3}$$

$$3a = 4a - 4 \therefore a = 4$$

($\because a = -3$ 이면 두 직선이 일치 $\rightarrow$ 해가 부정)

31. 두 직선 $y = x$, $y = 0$ 과 정점 $A(3, 1)$ 을 지나는 직선으로 둘러싸인 삼각형 면적의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

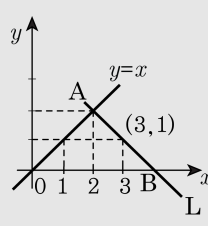
해설

점 A 를 지나는 직선이 $y = x$ 와 수직일 때 $\triangle OAB$ 의 면적은 최소이므로 (2, 2) 인 점에서 교차한다.

따라서 직선 L은 (2, 2)와 (3, 1)을 지나는 직선이다.

$$\therefore L = y - x + 4$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



32. 세 점 $(-3, 1)$, $(5, 5)$, $(-2, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형의 외접원의 중심(외심)의 좌표를 구하면?

① $(3, -1)$

② $(2, 1)$

③ $(4, 2)$

④ $(-3, -2)$

⑤ $(3, -2)$

해설

외접원의 방정식을

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \dots \textcircled{1}$ 이라 하면,

$\textcircled{1}$ 은 $(-3, 1)$, $(5, 5)$, $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$\begin{cases} 10 - 3A + B + C = 0 \\ 50 + 5A + 5B + C = 0 \\ 8 - 2A - 2B + C = 0 \end{cases}$$

세 식을 연립하여 풀면

$A = -4$, $B = -2$, $C = -20$

따라서, 구하는 원은 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

즉, $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 이고 중심은 $(2, 1)$

33. 두 점 A (1, 2), B (7, 10) 을 지름의 양 끝으로 하는 원 C₁ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원을 C₂ 라고 하자. 두 C (0, -3), D(a, b) 가 원 C₂ 의 지름의 양 끝일 때, a + b 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

원 C₁ 의 중심은 선분 AB 의 중점과 같으므로
이 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+10}{2}\right)$, 즉, (4, 6)
한 편, 원 C₂ 의 중심은 원 C₁ 의 중심을
x 축에 대하여 대칭이동한 점이므로 그 좌표는
(4, -6) 이다.
이 때, 선분 CD 의 중점이 원 C₂ 의 중심과
같으므로 $\left(\frac{0+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$ 는 (4, -6) 과 같다.
따라서, $\frac{0+a}{2} = 4$ 에서 a = 8
 $\frac{-3+b}{2} = -6$ 에서 b = -9
∴ a + b = -1