

1. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

2. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $p \rightarrow \sim q$

3. 집합 $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 1, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $a \in A, b \in A$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

- ① 임의의 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.
- ② $a^2 - 1 = 0$ 을 만족하지 않는 a 가 있다.
- ③ 모든 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족한다.
- ④ 모든 a, b 에 대하여 $a + b > 2$ 이다.
- ⑤ $|a| = |b|$ 이면 $ab = 1$ 이다.

4. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.' 가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)



답: _____

5. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면 $P \cup Q = P$, $P \cap R = \emptyset$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow \sim r$

② $\sim p \rightarrow \sim q$

③ $q \rightarrow r$

④ $q \rightarrow \sim r$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

6. 다음은 명제 ‘정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우인 ‘정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.’가 참임을 증명해 보자.

x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면,

x, y, z 는 각각 $x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$ (l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.

이때,

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (\text{나}) \\ &= (\text{다}) \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l - m) + 2 \end{aligned}$$

한편,

$$z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서, $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.

그러므로 주어진 명제 ‘ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’는 (마)이다.

- ① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$
- ② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$
- ③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$
- ④ (라) 참
- ⑤ (마) 참

7. 두 조건 p, q 를 만족시키는 집합 $P = \{x \mid a < x < a + 1\}$, $Q = \left\{x \mid x + \frac{1}{x} \leq -2\right\}$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게하는 실수 a 의 최댓값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

8. 네 개의 명제 p, q, r, s 가 다음과 같은 관계를 만족시킬 때, 반드시 참인 명제는? (단, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 $p \Rightarrow q$ 로 나타낸다.)

㉠ $p \Rightarrow q$

㉡ $\sim r$ 그리고 $p \Rightarrow \sim q$

㉢ $\sim s \Rightarrow p$ 그리고 $\sim r$

㉣ $\sim p \Rightarrow \sim s$

① p

② p, q

③ q, r

④ p, q, r

⑤ p, q, r, s