

1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.’를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 [결론] $AO = CO$, $BO = DO$
 [증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
 $\overline{AD} = \overline{BC} \dots \textcircled{1}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\dots \textcircled{2}$,
 $\angle ODA = \square$ (엇각) $\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의해서 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (ASA 합동)
 $\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

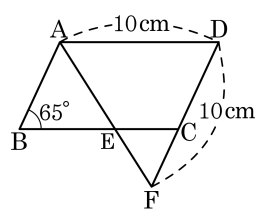
- ① $\angle ODA$ ② $\angle OAB$ ③ $\angle CDO$
 ④ $\angle OBC$ ⑤ $\angle BCO$

해설

$\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고
 $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각), $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)이므로
 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (ASA 합동)이다.

2. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 65^\circ$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 10\text{cm}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?

- ① 57° ② 57.5° ③ 60°
 ④ 62.5° ⑤ 65°



해설

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 $\angle DAF = \angle DFA$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle DFA = \angle BAE$ (엇각),
 $\angle DAF = \angle AEB$ (엇각)
 $\therefore \angle AEB = (180^\circ - 65^\circ) \div 2 = 57.5^\circ$

3. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형인 것은?

① $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\text{cm}$

② $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 8^\circ$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OB} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 6\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)

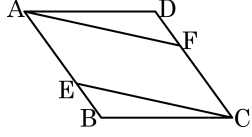
④ $\overline{AB} \perp \overline{AD}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$

⑤ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$

해설

평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 변의 길이가 같다.
즉, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

4. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, $\square AECF$ 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



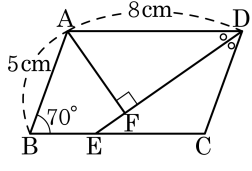
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle B = 70^\circ$ 이다. $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점이 E 이고 $\overline{AF} \perp \overline{ED}$ 일 때, $\angle BAF$ 의 크기와 $\overline{BE}$ 의 길이를 각각 구하면?



- ① $45^\circ, 3\text{cm}$ ② $45^\circ, 5\text{cm}$ ③ $55^\circ, 3\text{cm}$
 ④ $55^\circ, 5\text{cm}$ ⑤ $60^\circ, 3\text{cm}$

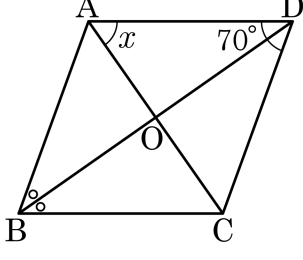
해설

$\angle C = 110^\circ$, $\angle EDC = 35^\circ$, $\angle DEC = 180^\circ - 110^\circ - 35^\circ = 35^\circ$ 이다.

$\angle DEC = \angle CDE$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CD} = 5$ 이므로 $\overline{BE} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ 이다.

$\angle FDA = 35^\circ$ 이고, $\angle DAF = 55^\circ$ 이므로 $\angle BAF = 110 - 55 = 55^\circ$ 이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADC = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 30° ② 45° ③ 55° ④ 60° ⑤ 70°

해설

대각선의 교점을 O 라 하자.

$\angle ABC = \angle ADC = 70^\circ$ ($\because$ 평행사변형의 성질)

$\angle ABD = \angle BDC$ ($\because$ 엇각)

$\angle CBD = \angle ADB$ ($\because$ 엇각)

$\angle ABD = \angle BDC = \angle CBD = \angle ADB = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$

$\triangle ADO$ 와 $\triangle CDO$ 에서

i) $\overline{DO}$ 가 공통

ii) $\overline{OA} = \overline{OC}$ ($\because$ 평행사변형의 대각선)

iii) $\angle ADO = \angle CDO$

i) , ii) , iii) 에 의해 $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (SAS 합동)

$\angle x = \angle DCA$

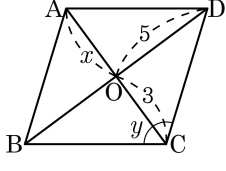
$\therefore \angle x = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73^\circ$ 일 때, 옳지 않은 것은?

- ① $\angle y = 73^\circ$

② $x = 3$
- ③ $\overline{AB} = \overline{CD}$

④ $\overline{AD} = \overline{BC}$
- ⑤ $\angle D = 73^\circ$

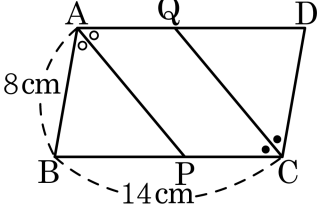


해설

- ① $180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}, \overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다.

$\overline{AB} = 8\text{cm}, \overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{AQ} + \overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



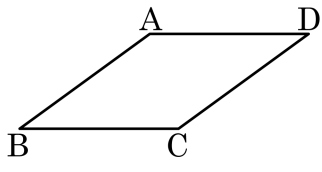
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
 $\angle QAP = \angle APB$ (엇각)
 $\therefore \overline{BP} = \overline{AB} = 8(\text{cm}), \overline{PC} = 14 - 8 = 6(\text{cm})$
 $\overline{AQ} = \overline{PC} = 6(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AQ} + \overline{PC} = 12(\text{cm})$

10. 다음 그림의 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다. $\angle A$ 와 $\angle D$ 의 크기의 비가 $4:1$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\circ$

▷ 정답: 36°

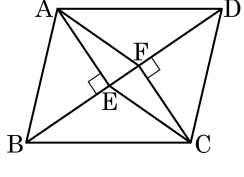
해설

$$\angle A : \angle D = 4 : 1$$

$$\angle D = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 36^\circ$$

11. □ABCD가 평행사변형일 때, 어두운 사각형은 평행사변형이다. 그 이유로 적당한 것은?

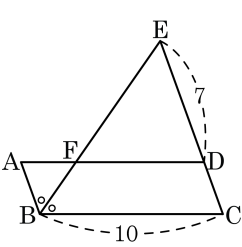


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

$\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (RHA 합동) 이므로
 $\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} \parallel \overline{CF}$ 이다.
한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 사각형 AECF 는
평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

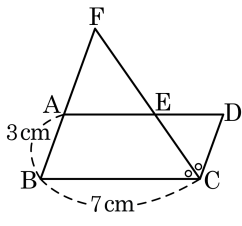
▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\text{ cm}$, $\overline{BC} = 7\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



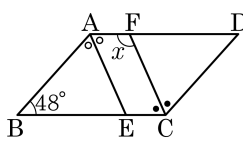
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
 $\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인
이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}, \overline{CF}$ 가 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 114°

해설

 $\angle BAD + 48^\circ = 180^\circ$ 이므로 $\angle BAD = 132^\circ$

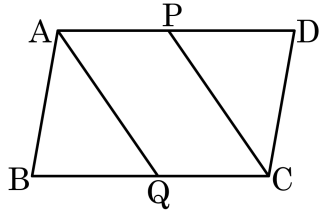
$$\therefore \angle EAF = \angle BAE = \frac{1}{2} \times 132^\circ = 66^\circ$$

이때, $\square AECF$ 는 평행사변형이므로

$$66^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 114^\circ$$

15. $\overline{AD} = 80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?

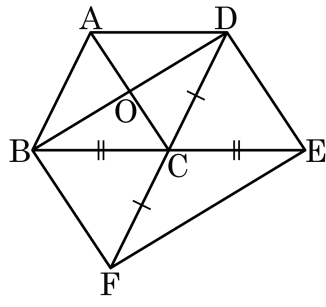


- ① 6 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
 ④ 9 초 후 ⑤ 10 초 후

해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면
 $3x = 7(x - 4)$
 $3x = 7x - 28, 4x = 28 \therefore x = 7(\text{초})$

16. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

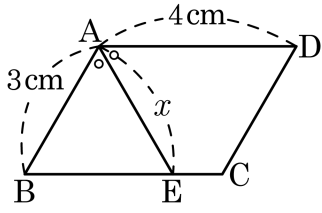
- ㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ㉥ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이 되는 조건 ㉠과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉡로 2개이다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E라 할 때, x 의 길이는? (단, $\angle B = \frac{1}{2}\angle A$)



- ① 2.5cm ② 2.7cm ③ 3cm
 ④ 3.3cm ⑤ 3.5cm

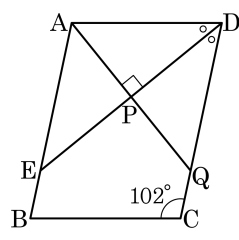
해설

$$\angle B = \frac{1}{2}\angle A = 180 \times \frac{1}{3} = 60^\circ$$

$$\triangle ABE \text{는 이등변삼각형이고 } \angle B = 60^\circ \text{이므로 정삼각형이다.}$$

$$\therefore x = \overline{AE} = 3\text{cm}$$

18. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기를 구하여라.



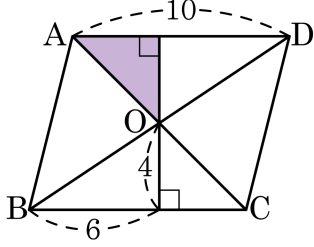
▶ 답 : °

▶ 정답 : 141 °

해설

$$\begin{aligned}\angle ADP &= (180^\circ - 102^\circ) \div 2 = 39^\circ \\ \angle DAP &= 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ \\ \angle PAE &= 102^\circ - 51^\circ = 51^\circ \\ \therefore \angle PEB &= 51^\circ + 90^\circ = 141^\circ\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\angle OQC = 90^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

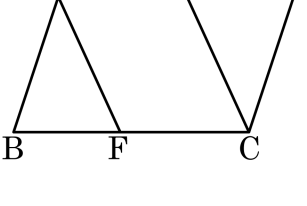
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$, $\overline{PD} = \overline{BQ} = 6$ 이므로 $\overline{AP} = 4$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ 이다.

20. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정]

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD에서
 $\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \overline{FC}$
즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \dots \textcircled{1}$
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} \parallel \overline{FC} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

- ① □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

② □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} \parallel \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{BC}$

③ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} = \overline{BC}, \overline{AB} \parallel \overline{BC}$

④ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

⑤ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}, \overline{BF} = \overline{FC}$

해설

가정 : □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}, \overline{BF} = \overline{FC}$

결론 : □AFCE는 평행사변형이다.