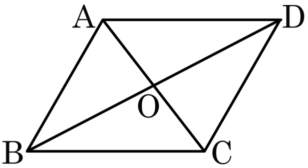
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡,

$\angle ODA = \boxed{}$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO

④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

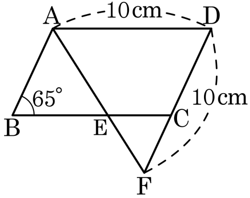
△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고

∠OAD = ∠OCB (엇각), ∠ODA = ∠OBC (엇각) 이므로

△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 65°$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 10\text{cm}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?



① 57° ② 57.5° ③ 60°

④ 62.5° ⑤ 65°

해설

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로 $\angle DAF = \angle DFA$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle DFA = \angle BAE$(엇각),

$\angle DAF = \angle AEB$(엇각)

$\therefore\ \angle AEB = (180° - 65°) \div 2 = 57.5°$

3. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형인 것은?

① $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\text{cm}$

② $\angle A = 100°, \angle B = 80°, \ \angle C = 8°$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OB} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 6\text{cm}$, $\overline{OD} = 4\text{cm}$ (단, 점O는 두 대각선의 교점)

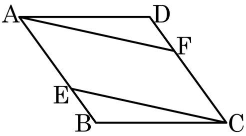
④ $\overline{AB} \perp \overline{AD}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$

⑤ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$

해설

평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 변의 길이가 같다.
즉 , $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

4. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



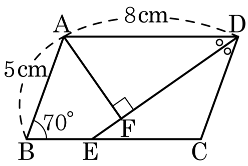
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle B = 70°$ 이다. $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점이 E 이고 $\overline{AF} \perp \overline{ED}$ 일 때, $\angle BAF$ 의 크기와 $\overline{BE}$ 의 길이를 각각 구하면?



① $45°, 3\text{cm}$　② $45°, 5\text{cm}$　③ $55°, 3\text{cm}$

④ $55°, 5\text{cm}$　⑤ $60°, 3\text{cm}$

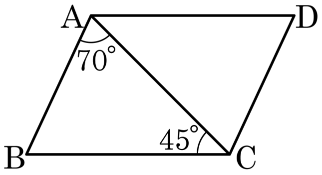
해설

$\angle C = 110°$, $\angle EDC = 35°$, $\angle DEC = 180° - 110° - 35° = 35°$ 이다.

$\angle DEC = \angle CDE$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CD} = 5$ 이므로 $\overline{BE} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ 이다.

$\angle FDA = 35°$ 이고, $\angle DAF = 55°$ 이므로 $\angle BAF = 110 - 55 = 55°$ 이다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle ACB = 45°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

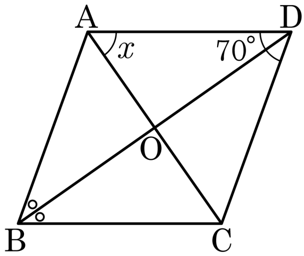
▷ 정답 : $65°$

해설

$\angle ABC = 180° - 70° - 45° = 65°$

$\therefore \ \angle ABC = \angle ADC = 65°$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADC = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 45° ③ 55° ④ 60° ⑤ 70°

해설

대각선의 교점을 O 라 하자.

$\angle ABC = \angle ADC = 70°$ ($\because$ 평행사변형의 성질)

$\angle ABD = \angle BDC$($\because$ 엇각)

$\angle CBD = \angle ADB$($\because$ 엇각)

$$\angle ABD = \angle BDC = \angle CBD = \angle ADB = \frac{70°}{2} = 35°$$

$\triangle ADO$ 와 $\triangle CDO$ 에서

i) $\overline{DO}$ 가 공통

ii) $\overline{OA} = \overline{OC}$ ($\because$ 평행사변형의 대각선)

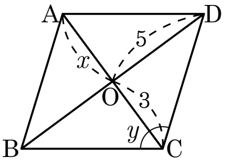
iii) $\angle ADO = \angle CDO$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (SAS 합동)

$\angle x = \angle DCA$

$$\therefore \angle x = \frac{180° - 70°}{2} = 55°$$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle y = 73°$ ② $x = 3$

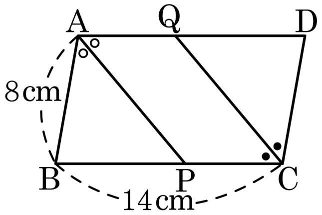
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{CQ}}$ 는 각각 $\angle \mathrm{A}, \angle \mathrm{C}$ 의 이등분선이다.
$\overline{\mathrm{AB}}=8\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}}=14\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이를 구하여라.



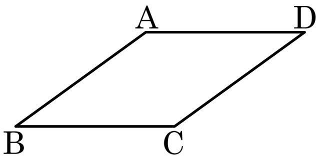
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle \mathrm{QAP}=\angle \mathrm{APB}$ (엇각)
$\therefore \overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{AB}}=8(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PC}}=14-8=6(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{PC}}=6(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{PC}}=12(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. ∠A 와 ∠D 의 크기의 비가 4 : 1 일 때, ∠B 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______°

▷ 정답 : 36°

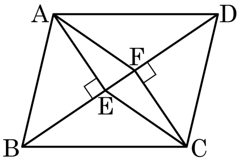
해설

$\angle A : \angle D = 4 : 1$

$\angle D = 180° \times \dfrac{1}{5} = 36°$

$\therefore\ \angle B = \angle D = 36°$

11. □ABCD 가 평행사변형일 때, 어두운 사각형은 평행사변형이다. 그 이유로 적당한 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

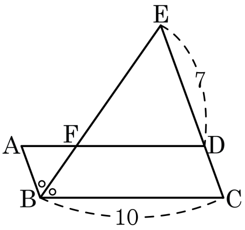
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AE} // \overline{CF}$ 이다.

한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 사각형 AECF 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



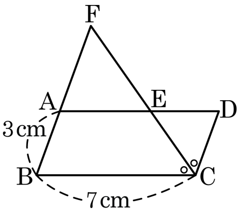
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}, \overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

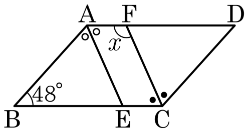
$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)

$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{CF}$가 각각 $\angle A$, $\angle C$의 이등분선일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____________ °

▷ 정답 : 114°

해설

$\angle BAD + 48° = 180°$이므로 $\angle BAD = 132°$

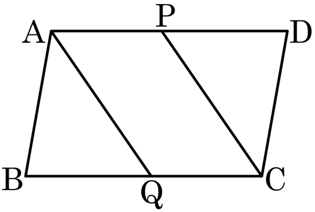
$\therefore \angle EAF = \angle BAE = \frac{1}{2} \times 132° = 66°$

이때, $\square AECF$는 평행사변형이므로

$66° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 114°$

15. $\overline{AD} = 80\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?



① 6 초 후
② 7 초 후
③ 8 초 후
④ 9 초 후
⑤ 10 초 후

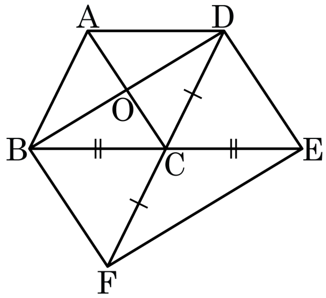
해설

$\overline{AP} = \overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$3x = 7(x-4)$

$3x = 7x - 28,\ 4x = 28\ \therefore x = 7$(초)

16. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

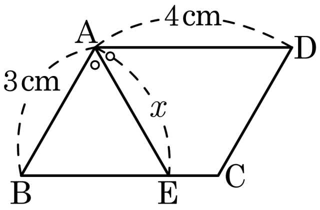
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2개이다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=3\text{cm}$, $\overline{AD}=4\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라 할 때, x 의 길이는? (단, $\angle B=\frac{1}{2}\angle A$)



① 2.5cm ② 2.7cm ③ 3cm

④ 3.3cm ⑤ 3.5cm

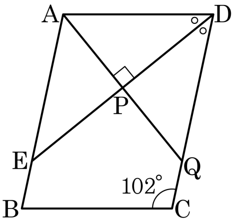
해설

$\angle B=\frac{1}{2}\angle A=180\times\frac{1}{3}=60°$

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이고 $\angle B=60°$이므로 정삼각형이다.

$\therefore x=\overline{AE}=3\text{cm}$

18. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 141 °

해설

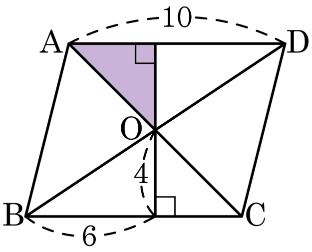
$\angle ADP = (180° - 102°) \div 2 = 39°$

$\angle DAP = 90° - 39° = 51°$

$\angle PAE = 102° - 51° = 51°$

$\therefore \ \angle PEB = 51° + 90° = 141°$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\angle OQC = 90°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

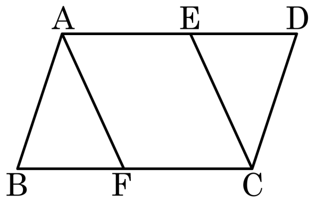
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$, $\overline{PD} = \overline{BQ} = 6$ 이므로 $\overline{AP} = 4$이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$이다.

20. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD , 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] □AFCE 는 평행사변형
[증명] □ABCD 에서
$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$
즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$ ㉠
$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE}\,//\,\overline{FC}\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AFCE 는 평행사변형이다.

① □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

② □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB}\,//\,\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$

③ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AB}\,//\,\overline{BC}$

④ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$

해설

가정 : □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$
결론 : □AFCE는 평행사변형이다.