

1. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = 2$ 를 축으로 하는 것은?

① $y = x^2$

② $y = (x - 2)^2$

③ $y = x^2 - 2$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 1$

⑤ $y = 2(x + 1)^2 - 2$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$

각각에서 축의 방정식을 구해보면

① $x = 0$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$

④ $x = 1$ ⑤ $x = -1$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 - 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

4. 이차방정식 $x^2 + 8x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm 2\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 20}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore A = -8, B = 21$$

$$\therefore -8 + 21 = 13$$

5. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$

② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$

③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$

④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

6. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k+4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

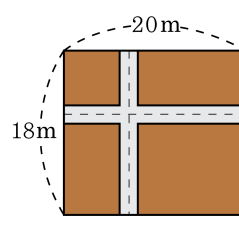
$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 (\because a > 0)$$

7. 가로, 세로가 각각 20 m, 18 m 인 땅에 폭이 일정한 십자형의 도로를 만들려고 한다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 288 m^2 이면 도로의 폭은 얼마인가?



- ① 1 m ② 2 m ③ 3 m ④ 4 m ⑤ 5 m

해설

도로의 폭을 $x\text{ m}$ 라 하면
 $(20 - x)(18 - x) = 288$
 $x^2 - 38x + 72 = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 36$
 $0 < x < 18$ 이므로 $x = 2$

8. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq 2$

② $y \leq 2$

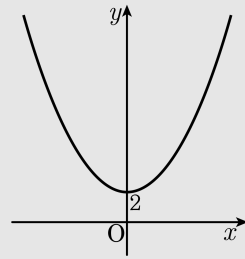
③ $y \geq -8$

④ $y \leq -8$

⑤ $y \geq 0$

해설

$y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



따라서 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.

9. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = 3x^2 + 12x + 16$ 의 그래프가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = 3x^2 + 6x + 5 = 3(x + 1)^2 + 2$$

x, y 축의 방향으로 각각 p, q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x + 1 - p)^2 + 2 + q$$

$$y = 3x^2 + 12x + 16 = 3(x + 2)^2 + 4$$

$$\therefore 1 - p = 2, \quad p = -1$$

$$2 + q = 4, \quad q = 2$$

$$\therefore p + q = 1$$

10. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

11. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = x^2$ 의 그래프가 된다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

꼭짓점은 $(-2, -3)$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

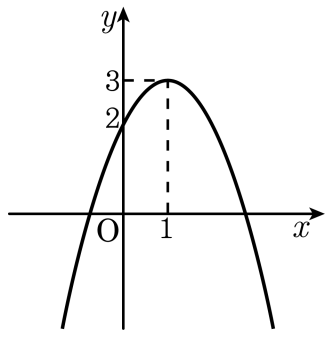
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

13. 다음 그림은 이차함수의 그래프를 그린 것이다. 이 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -x^2 + 2x + 2$

③ $y = -2x^2 - 4x + 2$

④ $y = -x^2 - 2x + 2$

⑤ $y = -3x^2 - 6x + 2$

해설

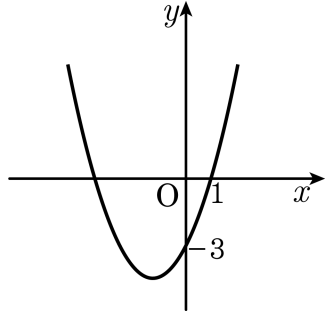
$y = a(x - 1)^2 + 3$ 가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(0 - 1)^2 + 3$, $a = -1$ 이다.

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 3$$

$$= -x^2 + 2x + 2$$

14. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

15. 포물선 $y = ax^2 + 14x - 20$ 과 x 축이 두 점 A(2, 0), B(b , 0) 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = ax^2 + 14x - 20$ 에 A(2, 0) 을 대입하면
 $0 = 4a + 28 - 20$, $4a = -8$, $a = -2$ 이다.
 $y = -2x^2 + 14x - 20$ 이므로
 $-2x^2 + 14x - 20 = 0$ 이다.
 $-2(x - 2)(x - 5) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 5$ 이다.
 $\therefore b = 5$ 즉, B(5, 0)
 $\therefore a + b = -2 + 5 = 3$

16. 다음 [보기] 중 최솟값이 같은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -(x + 1)^2 - 3$

㉡ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

㉢ $y = -3x^2 - 6x - 6$

㉣ $y = x^2 - 3$

㉤ $y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 + 3$

㉥ $y = -x^2 + 3$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉥

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 a 의 부호가 양이고, q 의 값이 같은 것을 찾는다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2}$ 의 최솟값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$y = x^2 + 2ax + a^2 - \frac{a}{2} = (x + a)^2 - \frac{a}{2}$$

$x = -a$ 일 때, 최솟값이 $-\frac{a}{2}$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = \frac{5}{2} \quad \therefore a = -5$$

18. 차가 14 인 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -49

해설

두 수를 x , $x + 14$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라고 하면 $y = x(x + 14) = x^2 + 14x = (x + 7)^2 - 49$
따라서 $x = -7$ 일 때, 최솟값 -49 를 갖는다.

19. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
 $= (-4)^2 - 4(-3)$
 $= 16 + 12$
 $= 28 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

20. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

21. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 2p = q + r & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $p = 3$

$$(100r + 10q + 3) + 99 = 100 \times 3 + 10q + r$$

$$\therefore r = 2, q = 4$$

따라서 구하는 수는 243 이다.

22. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

(기울기) $= \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

23. $\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라.(단, $x^2 + y^2 \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 에서 양변에 $2xy$ 를 곱하여 정리하면
 $2x^2 - 4xy + 5y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$
이 식을 $(\quad)^2 + (\quad)^2 + (\quad)^2 = 0$ 의 꼴로 고치면
 $x^2 - 4xy + 4y^2 + x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 0$
 $(x-2y)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$
따라서 $x = 2, y = 1$ 이다.

24. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 중 0 보다 큰 좌표의 점과 원점 사이의 거리가 정수가 되게 하는 모든 k 의 값들의 합을 구하여라. (단, k 는 20 이하의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$y = \frac{1}{4}x^2 - k$ 와 x 축과의 교점의 x 좌표를 구하면 $\frac{1}{4}x^2 - k = 0$

에서 $x = 2\sqrt{k}$ ($\because x > 0$)

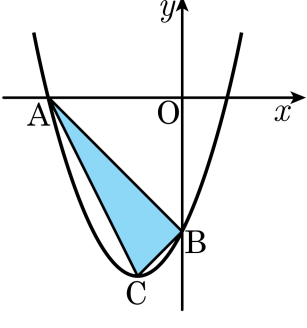
따라서 교점과 원점 사이의 거리는 $2\sqrt{k}$ 이다.

$2\sqrt{k}$ 가 정수가 되도록 하는 20 이하의 자연수 k 값을 구하면

$k = 1, 4, 9, 16$

따라서 모든 k 값들의 합은 $1 + 4 + 9 + 16 = 30$ 이다.

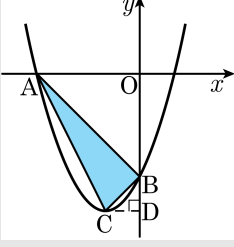
25. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 2 ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

점 A 는 x 축과 만나는 점이므로 $y = 0$ 일 때 x 값을 구한다.
 $0 = (x + 1)^2 - 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4$
 $x + 1 = \pm 2$, $x = 1, -3$
 A 의 x 좌표는 음수이다.
 $\therefore A(-3, 0)$
 점 B 는 y 절편, 즉 $x = 0$ 일 때 y 값을 구한다.
 점 C 는 꼭짓점의 좌표이므로 $y = (x + 1)^2 - 4$ 에서 $C(-1, -4)$ 이다.
 $\therefore B(0, -3)$



$\triangle ABC$ 의 넓이는 사다리꼴 OACD 에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이를 뺀 것과 같다.
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \left\{ (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right\}$
 $\therefore \triangle ABC = 3$