1. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 중근 $x=-4$ 를 가질 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=8$

▷ 정답: $b=16$

해설

$x=-4$를 중근으로 가지므로
$(x+4)^2=0$, $x^2+8x+16=0$
$\therefore\ a=8,\ b=16$

2. 이차방정식 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 0$

▷ 정답: $k = -8$

해설

이차방정식의 판별식을 D라고 할 때
$4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
$D = (k+4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
$(k+4)^2 = 16$, $k+4 = \pm 4$, $k = -4 \pm 4$
따라서 $k = 0$ 또는 $k = -8$이다.

3. 이차방정식 $x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m = 10$

해설

$x^2 - 12x + 6 + 3m = 0$ 이 중근을 가지려면

$\frac{D}{4} = 0$ 이므로

$\frac{D}{4} = 36 - 1 \times (6 + 3m) = 0$

$36 - 6 - 3m = 0$

$3m = 30$

$\therefore\ m = 10$

4. 이차방정식 $x^2-2x-2=0$ 을 $(x-p)^2=q$ 의 꼴로 고쳤을 때, pq 의 값을 고르면? (단, p, q 는 정수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2-2x=2,\ (x-1)^2=2+1=3$

$p=1, q=3$

$\therefore pq=3$

5. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$(x-1)(x-5)=4$, $x^2-6x=-1$,
$(x-3)^2=8$, $p=-3$, $q=8$,
$\therefore\ p+q=-3+8=5$

6. $(x-2)(x+6)=4$ 를 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a=-2, b=-20$ ② $a=2, b=-20$

③ $a=2, b=20$ ④ $a=-2, b=-10$

⑤ $a=-2, b=10$

해설

$(x-2)(x+6)=4$
$x^2+4x-12=4$
$x^2-4x=16$, $(x+2)^2=16+4$
$(x+2)^2=20$
$\therefore a=2$, $b=20$

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + a = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < \frac{9}{4}$

해설

$\frac{D}{4} = \frac{9}{4} - a > 0$

$\therefore a < \frac{9}{4}$

8. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2a = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < 2$

해설

$\frac{D}{4} = 4 - 2a > 0,\ a < 2$

9. 이차방정식 $x^2 + 12x + 2k + 16 = 0$ 이 하나의 근만 갖기 위한 k 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\frac{D}{4} = 6^2 - (2k + 16) = 0$

$36 - 16 = 2k$

$\therefore\ k = 10$

10. 이차방정식 $3x^2+3x-1=0$ 의 두 근을 α,β 라 할 때, $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 에서 두 근을 α, β 라고 할 때,

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로

$\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=-\frac{1}{3}$ 이다.

$\therefore \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-1}{-\frac{1}{3}}=3$

11. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

① 6 ② -6 ③ 7 ④ -8 ⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$2 \times (-4) = A$

$\therefore\ A = -8$

12. 이차방정식 $x^2 + Ax - 21 = 0$ 의 근이 $x = -7$ 또는 $x = 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $-A = -7 + 3 = -4$

$\therefore A = 4$

13. 계수가 유리수인 이차방정식, $x^2 - 6x + a = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

다른 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로
두 근의 곱 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = a$
$\therefore\ a = 7$

14. $(x^2-4x)^2-(x^2-4x)-20=0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-1$

▷ 정답: $x=2$

▷ 정답: $x=5$

해설

$x^2-4x=A$ 로 놓으면

$A^2-A-20=0,\quad (A-5)(A+4)=0$

$A=5$ 또는 $A=-4$

(i) $x^2-4x=5,\ x^2-4x-5=0$

$(x-5)(x+1)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=-1$

(ii) $x^2-4x=-4,\ x^2-4x+4=0\,(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

15. $(a+b)^2-20(a+b)+96=0$을 만족하는 두 수 a, b에 대하여 $a+b$의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=t$로 놓으면

$t^2-20t+96=0$

$(t-8)(t-12)=0$

$t=8$ 또는 $t=12$

$\therefore\ 8+12=20$

16. $0 < a < b$ 이고, $(a-b+3)(a-b-2) = 6$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① 3 ② -4 ③ -3 ④ 7 ⑤ 1

해설

$a-b = t$ 로 치환하면 $t^2 + t - 12 = 0$
$(t+4)(t-3) = 0$
$\therefore\ t = -4$ 또는 $t = 3$
$0 < a < b$ 이므로 $t = a-b < 0$
$\therefore\ a-b = -4$

17. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2, 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x=1$ 또는 $x=-5$ ② $x=-1$ 또는 $x=5$

③ $x=1$ 또는 $x=5$ ④ $x=-1$ 또는 $x=4$

⑤ $x=-5$ 또는 $x=2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 이라 하면
$b=(-5)\times(-1)=5$, $-a=2+4=6$
따라서 $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)=0$ 이다.
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

18. x^2의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3(x-1)(x-2)=0$에서 $3x^2-9x+6=0 \cdots$㉠

$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0$에서 $3x^2-11x-4=0 \cdots$㉡

㉠에서 x의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$

$\therefore x=3$또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 큰 근은 $x=3$이다.

19. 어떤 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못 보고 풀었더니 근이 -3, 8 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 근이 4, 6 이었다. 이차방정식의 옳은 근을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2$

▷ 정답: $x = 12$

해설

$(x+3)(x-8) = x^2 - 5x - 24 = 0$
$(x-4)(x-6) = x^2 - 10x + 24 = 0$
상수항은 -24, 일차항의 계수는 -10 이므로
$x^2 - 10x - 24 = 0$
$(x-12)(x+2) = 0$
$\therefore\ x = 12$ 또는 $x = -2$

20. $(x-2)^2=3$ 의 해가 $x=m\pm\sqrt{n}$ 일 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$(x-2)^2=3,\ x-2=\pm\sqrt{3}$
$x=2\pm\sqrt{3}$ 이므로 $m=2,\ n=3$
$\therefore m-n=2-3=-1$

21. 이차방정식 $2(x+3)^2-12=0$ 의 근을 $x=a\pm\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a,\ b$ 의 값을 구하면?

① $a=-3, b=3$　② $a=3, b=3$

③ $a=-3, b=-3$　④ $a=-3, b=6$

⑤ $a=3, b=6$

해설

$2(x+3)^2-12=0$

$2(x+3)^2=12$, $(x+3)^2=6$

$x+3=\pm\sqrt{6}$, $x=-3\pm\sqrt{6}$

$\therefore a=-3,\ b=6$

22. 다음은 이차방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 옳지 <u>못한</u> 것은?

① $(x+2)^2 = 9,\ x = 1$ 또는 $x = -5$

② $3(x+1)^2 = 48,\ x = 3$ 또는 $x = -5$

③ $2(x-1)^2 = 20,\ x = 1 \pm \sqrt{10}$

④ $(3x-2)^2 = 36,\ x = \frac{8}{3}$ 또는 $x = -\frac{4}{3}$

⑤ $4(x+3)^2 - 9 = 0,\ x = 0$ 또는 $x = -6$

해설

⑤ $(x+3)^2 = \frac{9}{4}$

$x+3 = \pm\frac{3}{2}$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$ 또는 $-\frac{9}{2}$