1. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x-3) > 2(x+3) \\ 5(x+9) - 5 > 15(x-4) \end{cases}$$

① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x-3) > 2(x+3)$

$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $5(x+9) - 5 > 15(x-4)$

$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$

$\Rightarrow x < 10$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$

$a = \frac{3}{2}$, $b = 10$ 이므로 $b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 8x-5 \le 10 \\ 2(1+3x) < 3x+8 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$8x-5 \le 10,\ x \le \dfrac{15}{8}$

$2(1+3x) < 3x+8$

$2+6x < 3x+8,\ x < 2$

따라서, 해는 $x \le \dfrac{15}{8}$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 1 밖에 없다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \le x-6 \\ 2x+3 \le 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -\frac{3}{2}$ ② $x = -\frac{3}{2}$ ③ $x \ge -\frac{3}{2}$
④ $x \ge \frac{3}{2}$ ⑤ $x \le \frac{3}{2}$

해설

i) $3x-3 \le x-6,\ x \le -\frac{3}{2}$

ii) $2x+3 \le 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \le 5(6x+9)$, $x \ge -\frac{3}{2}$

$\therefore\ x = -\frac{3}{2}$

4. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+17$ 의 해가 $a \le x \le b$ 일 때, a, b의 값은?

① $a=-5, b=7$ ② $a=-5, b=9$ ③ $a=-5, b=11$

④ $a=5, b=9$ ⑤ $a=5, b=11$

해설

$3x-2 \le 5x+8 \le 4x+17$

$\begin{cases} 3x-2 \le 5x+8 \\ 5x+8 \le 4x+17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge -5 \\ x \le 9 \end{cases}$

$-5 \le x \le 9$

$\therefore a=-5\ , b=9$

5. 다음 부등식을 풀면?

$0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\le 3-0.6x$

① $-9<x\le 3$ ② $-9\le x<3$ ③ $-9\le x\le 3$

④ $-9<x<3$ ⑤ $3\le x<9$

해설

$0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\le 3-0.6x$

$\rightarrow \begin{cases} 0.2x-3<\frac{1}{2}x-\frac{3}{10} \\ \frac{1}{2}x-\frac{3}{10}\le 3-0.6x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 2x-30<5x-3 \\ 5x-3\le 30-6x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 2x-5x<-3+30 \\ 5x+6x\le 30+3 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} -3x<27 \\ 11x\le 33 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\le 3 \end{cases}$

$\therefore \ -9<x\le 3$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-5) \le 18 \\ 2(7+2x) > 3x+12 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수를 A 라하고, 소수의 개수를 B 라고 할 때 $A-B$ 는 얼마인가?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$3(x-5) \le 18,\ x \le 11$
$2(7+2x) > 3x+12$
$14+4x > 3x+12,\ x > -2$
따라서, 해는 $-2 < x \le 11$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 11 개이고 소수는 5 개이다.
$\therefore\ A-B=6$

7. 연립부등식 $3(2x-1) \le 2(x+6),\ 2(x+6) \le 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$ ② $\frac{7}{3} \le x < \frac{15}{4}$ ③ $2 \le x < 5$
④ $\frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$3(2x-1) \le 2(x+6) \Rightarrow\ 6x-3 \le 2x+12$

$\Rightarrow\ 4x \le 15 \Rightarrow\ x \le \frac{15}{4}$

$2(x+6) \le 5(x+1) \Rightarrow\ 2x+12 \le 5x+5$

$\Rightarrow\ x \ge \frac{7}{3}$

$\therefore \frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$

8. $x+\frac{5}{2} \le \frac{3}{2}x+1,\ \frac{x}{9}-\frac{1}{3} \le -\frac{1}{3}(x-1)$을 만족하는 x의 값은?

① 없다. ② 2 ③ 3, 4 ④ $x<2$ ⑤ $x \ge 3$

해설

$x+\frac{5}{2} \le \frac{3}{2}x+1,\ x \ge 3$

$\frac{x}{9}-\frac{1}{3} \le -\frac{1}{3}(x-1), x \le \frac{3}{2}$

$\therefore$ 만족하는 x는 없다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} x+1 > \dfrac{4x-3}{3} \\ \dfrac{x-3}{2} > x-a \end{cases}$ 의 해가 $x<1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(i) $3(x+1) > 4x-3,\ x<6$

(ii) $\dfrac{x-3}{2} > x-a,\ x-3 > 2x-2a,\ x < 2a-3$

연립부등식의 해가 $x<1$ 이므로 $2a-3=1$

$\therefore\ a=2$

10. 두 부등식이 $\frac{2-3x}{3} \geq a$, $2x+4<3x$ 일 때, 공통된 해가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<\frac{2}{3}$ ② $a<\frac{5}{3}$ ③ $a>4$

④ $a<-\frac{5}{3}$ ⑤ $a<-\frac{10}{3}$

해설

$\frac{2-3x}{3} \geq a$ 를 풀면, $2-3x \geq 3a$, $3x \leq 2-3a$, $x \leq \frac{2}{3}-a$ $\cdots$㉠

$2x+4<3x$ 를 풀면, $x>4$ $\cdots$㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 있어야 한다. 즉,

이므로, $4<\frac{2}{3}-a$

$\therefore\ a<-\frac{10}{3}$

11. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \le 7$

④ $4 < a \le 7$ ⑤ $4 \le a \le 7$

해설

$\begin{cases} -3x \le 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge -2 \\ x < \dfrac{a-4}{3} \end{cases}$

정수 x는 $-2, -1, 0$이므로 $0 < \dfrac{a-4}{3} \le 1$

$\therefore\ 4 < a \le 7$

12. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

13. 연립부등식

$$\begin{cases} 12-x<2(x+1)+1<4x-1 \\ -a<x<a \end{cases}$$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위는?

① $0<a<2$ ② $0<a\le 2$ ③ $0<a<3$

④ $0<a\le 3$ ⑤ $2<a<3$

해설

$$\begin{cases} 12-x<2(x+1)+1<4x-1 \cdots ㉠ \\ -a<x<a \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ : $12-x<2(x+1)+1$ 의 해는 $x>3$

$2(x+1)+1<4x-1$ 의 해는 $x>2$

$\therefore\ x>3$

㉡ : $-a<x<a$

연립부등식의 해가 없으려면 다음 그림과 같아야 하므로 양수 a 의 값의 범위는 $0<a\le 3$ 이다.

14. 연립부등식 $x+2<4$ 와 $5x-8<17$ 의 해를 구하면?

① $x<2$ ② $x>5$ ③ $2<x\leq 5$

④ $2\leq x<5$ ⑤ 해가 없다.

해설

$x+2<4,\ x<2$
$5x-8<17,\ x<5$
따라서 $x<2$

15. 부등식 $a+7 \le ax+b \le 4b+2a$의 해가 $2 \le x \le 8$일 때, $a,\ b$의 값을 각각 구하면?

① $a=-2,\ b=-1$　② $a=-1,\ b=0$

③ $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{7}{3}$　④ $a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$

⑤ $a=2,\ b=-1$

해설

$a+7 \le ax+b \le 4b+2a$

(1) $a>0$일 때,

$a+7 \le ax+b,\ x \ge \frac{a-b+7}{a}$

$ax+b \le 4b+2a,\ x \le \frac{3b+2a}{a}$

$\frac{a-b+7}{a} \le x \le \frac{3b+2a}{a}$

$\therefore \frac{a-b+7}{a}=2,\ \frac{3b+2a}{a}=8$

$\therefore a=\frac{7}{3},\ b=\frac{14}{3}$

(2) $a<0$일 때

$\frac{3b+2a}{a} \le x \le \frac{a-b+7}{a}$

$\therefore \frac{3b+2a}{a}=2,\ \frac{a-b+7}{a}=8$

$\therefore a=1,\ b=0$

($a<0$이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)