

1. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4) \end{cases}$$

① 2

② 7

③ 13

④ $\frac{17}{2}$

⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x - 3) > 2(x + 3)$

$$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $5(x + 9) - 5 > 15(x - 4)$

$$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$$

$$\Rightarrow x < 10$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$$

$$a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ 이므로 } b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 8x - 5 \leq 10 \\ 2(1 + 3x) < 3x + 8 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$8x - 5 \leq 10, x \leq \frac{15}{8}$$

$$2(1 + 3x) < 3x + 8$$

$$2 + 6x < 3x + 8, x < 2$$

따라서, 해는 $x \leq \frac{15}{8}$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 1 밖에 없다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \leq x - 6 \\ 2x + 3 \leq 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

① $x \leq -\frac{3}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x \geq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \leq \frac{3}{2}$

해설

i) $3x - 3 \leq x - 6, x \leq -\frac{3}{2}$

ii) $2x + 3 \leq 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x + 30 \leq 5(6x + 9), x \geq -\frac{3}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

4. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + 17$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때, a, b 의 값은?

① $a = -5, b = 7$

② $a = -5, b = 9$

③ $a = -5, b = 11$

④ $a = 5, b = 9$

⑤ $a = 5, b = 11$

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + 17$$

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq 5x + 8 \\ 5x + 8 \leq 4x + 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$-5 \leq x \leq 9$$

$$\therefore a = -5, b = 9$$

5. 다음 부등식을 풀면?

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$$

① $-9 < x \leq 3$

② $-9 \leq x < 3$

③ $-9 \leq x \leq 3$

④ $-9 < x < 3$

⑤ $3 \leq x < 9$

해설

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 30 < 5x - 3 \\ 5x - 3 \leq 30 - 6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - 5x < -3 + 30 \\ 5x + 6x \leq 30 + 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -3x < 27 \\ 11x \leq 33 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -9 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\therefore -9 < x \leq 3$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-5) \leq 18 \\ 2(7+2x) > 3x+12 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수를 A

라하고, 소수의 개수를 B 라고 할 때 $A - B$ 는 얼마인가?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3(x-5) \leq 18, x \leq 11$$

$$2(7+2x) > 3x+12$$

$$14+4x > 3x+12, x > -2$$

따라서, 해는 $-2 < x \leq 11$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 11 개이고 소수는 5 개이다.

$$\therefore A - B = 6$$

7. 연립부등식 $3(2x-1) \leq 2(x+6)$, $2(x+6) \leq 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$

② $\frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}$

③ $2 \leq x < 5$

④ $\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$

⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$$3(2x-1) \leq 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 \leq 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

8. $x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1$, $\frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1)$ 을 만족하는 x 의 값은?

- ① 없다. ② 2 ③ 3, 4 ④ $x < 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$x + \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}x + 1, x \geq 3$$

$$\frac{x}{9} - \frac{1}{3} \leq -\frac{1}{3}(x-1), x \leq \frac{3}{2}$$

$\therefore$ 만족하는 x 는 없다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} x+1 > \frac{4x-3}{3} \\ \frac{x-3}{2} > x-a \end{cases}$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(i) \quad 3(x+1) > 4x-3, \quad x < 6$$

$$(ii) \quad \frac{x-3}{2} > x-a, \quad x-3 > 2x-2a, \quad x < 2a-3$$

연립부등식의 해가 $x < 1$ 이므로 $2a-3 = 1$

$$\therefore a = 2$$

10. 두 부등식이 $\frac{2-3x}{3} \geq a$, $2x+4 < 3x$ 일 때, 공통된 해가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < \frac{2}{3}$

② $a < \frac{5}{3}$

③ $a > 4$

④ $a < -\frac{5}{3}$

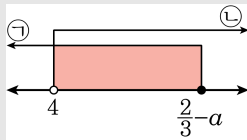
⑤ $a < -\frac{10}{3}$

해설

$$\frac{2-3x}{3} \geq a \text{ 를 풀면, } 2-3x \geq 3a, 3x \leq 2-3a, x \leq \frac{2}{3}-a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x+4 < 3x \text{ 를 풀면, } x > 4 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②의 공통부분이 있어야 한다. 즉,



$$\text{이므로, } 4 < \frac{2}{3}-a$$

$$\therefore a < -\frac{10}{3}$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < 4$ ② $4 < a < 7$ ③ $a \leq 7$
④ $4 < a \leq 7$ ⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$$

정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$

$$\therefore 4 < a \leq 7$$

12. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.
- ⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

- ② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$
- ④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

13. 연립부등식

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x + 1) + 1 < 4x - 1 \\ -a < x < a \end{cases} \quad \text{의 해가 없을 때, 양수 } a \text{ 의 값의}$$

범위는?

① $0 < a < 2$

② $0 < a \leq 2$

③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} 12 - x < 2(x + 1) + 1 < 4x - 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ -a < x < a \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

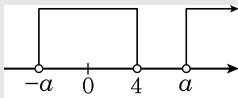
㉠ : $12 - x < 2(x + 1) + 1$ 의 해는 $x > 3$

$2(x + 1) + 1 < 4x - 1$ 의 해는 $x > 2$

$\therefore x > 3$

㉡ : $-a < x < a$

연립부등식의 해가 없으려면 다음 그림과 같아야 하므로 양수 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 3$ 이다.



14. 연립부등식 $x + 2 < 4$ 와 $5x - 8 < 17$ 의 해를 구하면?

① $x < 2$

② $x > 5$

③ $2 < x \leq 5$

④ $2 \leq x < 5$

⑤ 해가 없다.

해설

$$x + 2 < 4, x < 2$$

$$5x - 8 < 17, x < 5$$

따라서 $x < 2$

15. 부등식 $a + 7 \leq ax + b \leq 4b + 2a$ 의 해가 $2 \leq x \leq 8$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = -2, b = -1$

② $a = -1, b = 0$

③ $a = \frac{1}{3}, b = \frac{7}{3}$

④ $a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$

⑤ $a = 2, b = -1$

해설

$$a + 7 \leq ax + b \leq 4b + 2a$$

(1) $a > 0$ 일 때,

$$a + 7 \leq ax + b, x \geq \frac{a - b + 7}{a}$$

$$ax + b \leq 4b + 2a, x \leq \frac{3b + 2a}{a}$$

$$\frac{a - b + 7}{a} \leq x \leq \frac{3b + 2a}{a}$$

$$\therefore \frac{a - b + 7}{a} = 2, \frac{3b + 2a}{a} = 8$$

$$\therefore a = \frac{7}{3}, b = \frac{14}{3}$$

(2) $a < 0$ 일 때

$$\frac{3b + 2a}{a} \leq x \leq \frac{a - b + 7}{a}$$

$$\therefore \frac{3b + 2a}{a} = 2, \frac{a - b + 7}{a} = 8$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

($a < 0$ 이어야 하므로 조건을 만족하지 않는다.)