1. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
$\therefore$ ㉡,㉢,㉤의 3개

2. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

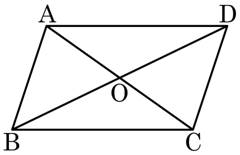
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

3. 다음 그림은 □ABCD 가 평행사변형이라고 할 때, □ABCD 가 직사각형이 되기 위한 조건이 아닌 것은?

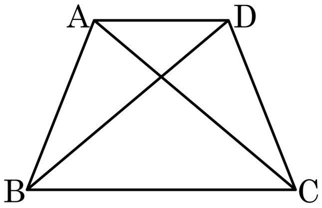


① $\overline{OA} = \overline{OB}$
② $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
③ $\overline{OC} = \overline{OD}$
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\angle A = 90°$

해설

①, ③한 내각이 직각이고 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 하지만 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 조건에 만족하지 않는다. (∵ 마름모)

4. 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AC} = 12 - 2x$, $\overline{BD} = 8$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



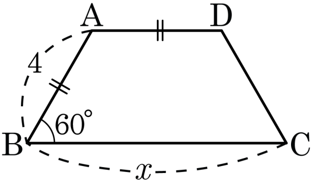
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AC} = \overline{DB}$ 이므로 $12 - 2x = 8$

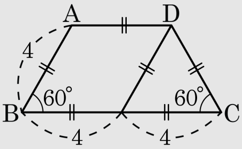
$\therefore\ x = 2$

5. 등변사다리꼴 ABCD 에서 x 의 길이를 구하여라.



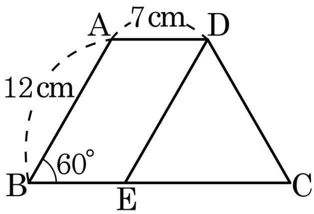
① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설



$\triangle$DEC는 정삼각형이므로 $x = 4 + 4 = 8$이다.

6. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ △DEC는 정삼각형

④ △DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ □ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 △DEC는 이등변삼각형이다.

$\angle C = \angle DEC = 60°$

따라서 △DEC는 내각이 모두 60°이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$

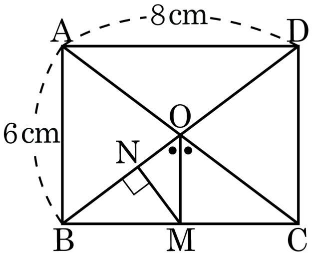
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} // \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$

따라서 □ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 1.2 cm ② 1.6 cm ③ 2.4 cm
④ 3.6 cm ⑤ 4.8 cm

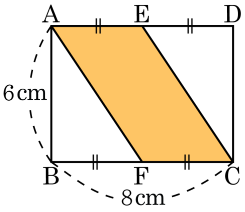
해설

$$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$$

$$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{MN}$$

$$\therefore\ \overline{MN} = 2.4\,(\text{cm})$$

8. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?

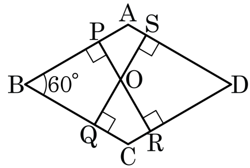


① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로
□AFCE 는 평행사변형이다.
$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

9. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{ABC} = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{\mathrm{OP}} + \overline{\mathrm{OQ}} + \overline{\mathrm{OR}} + \overline{\mathrm{OS}}$ 와 같은 것은?

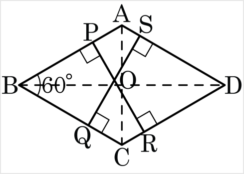


① $\overline{\mathrm{AC}}$ ② $\overline{\mathrm{BD}}$ ③ $\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OC}}$

④ $\overline{\mathrm{OB}} + \overline{\mathrm{OD}}$ ⑤ $2\overline{\mathrm{AB}}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



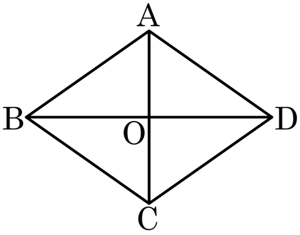
$$\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{OAB} + \triangle\mathrm{OBC} + \triangle\mathrm{OCD} + \triangle\mathrm{OAD}$$
$$= \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{OP}} + \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{OQ}} + \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{OR}} + \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{OS}}$$
$$= \frac{a}{2}(\overline{\mathrm{OP}} + \overline{\mathrm{OQ}} + \overline{\mathrm{OR}} + \overline{\mathrm{OS}}) \quad \cdots \text{㉠}$$

또한 $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 그으면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle \mathrm{B} = 60$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{\mathrm{AC}} = a$ 이므로

$$\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AC}} \times \overline{\mathrm{BD}} = \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{BD}} \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{\mathrm{OP}} + \overline{\mathrm{OQ}} + \overline{\mathrm{OR}} + \overline{\mathrm{OS}}) = \frac{a}{2} \times \overline{\mathrm{BD}}$ $\therefore$ $\overline{\mathrm{OP}} + \overline{\mathrm{OQ}} + \overline{\mathrm{OR}} + \overline{\mathrm{OS}} = \overline{\mathrm{BD}}$

10. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ ② $\overline{AC}=\overline{BD}$ ③ $\overline{AB}=\overline{BC}$

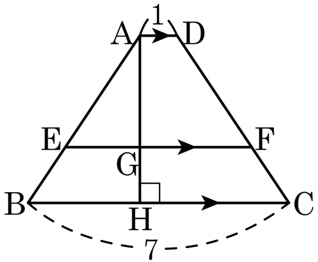
④ $\overline{BO}=\overline{DO}$ ⑤ $\overline{AD}//\overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{BD}$

11. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC} \,//\, \overline{EF}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다.
$\overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$ 이고, 사다리꼴 AEFD와 EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EG}$의 길이를 구하여라.



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

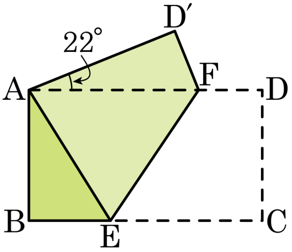
$\overline{AG} = 2a,\ \overline{GH} = a, \overline{EF} = b$라 하면
$\square AEFD = \square EBCF$ 이므로

$$\frac{(7+b)\times a}{2} = \frac{(b+1)\times 2a}{2}$$

$\therefore\ b = 5$

$$\therefore\ \overline{EG} = \frac{\overline{EF} - \overline{AD}}{2} = \frac{5-1}{2} = 2$$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 꼭지점 C가 A에 겹치도록 접었다. $\angle D'AF = 22°$일 때, $\angle FEA$의 크기로 알맞은 것은?



① 22° ② 34° ③ 32° ④ 44° ⑤ 56°

해설

$\angle AFD' = 90° - 22° = 68°$

$\angle FEC = \angle AEF$,

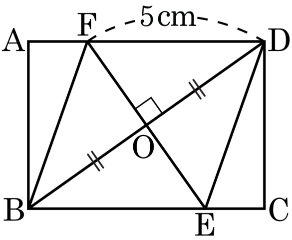
$\angle FEC = \angle AFE = \angle x$로 놓으면,

□AEFD′에서

$90° + 90° + 68° + \angle x + \angle x = 360°$

$\therefore \angle x = \angle FEA = 56°$

13. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD} \perp \overline{FE}$일 때, 사각형 FBED의 둘레의 길이를 구하여라.



① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동)이므로

$\overline{FB} = \overline{FD}$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동)이므로

$\overline{FD} = \overline{EB}$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동)이므로

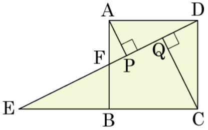
$\overline{EB} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$이므로 □FBED는 마름모이다.

따라서 □FBED의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20\,(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 ABCD는 정사각형이다. $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡고, $\overline{ED}$ 위에 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AF} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DQ} = 8\,\text{cm}$이다. 이 때, $\overline{AP}$의 길이로 알맞은 것은?



① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm ④ 12 cm ⑤ 14 cm

해설

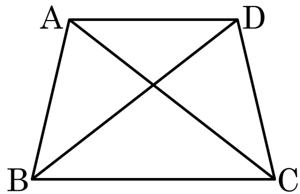
$\triangle$APD와 $\triangle$DQC에서

$\angle ADP = \angle DCQ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\angle APD = \angle DQC$

$\triangle APD \equiv \triangle DQC$ (RHA합동)

$\therefore\ \overline{DQ} = \overline{AP} = 8\ (\text{cm})$

15. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle A = \angle D$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ $\overline{AC} = \overline{DB}$

④ $\angle ACB = \angle BDC$

⑤ $\angle BAC = \angle BDC$

해설

① $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로
$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$
등변사다리꼴의 정의에 의해서
$\angle B = \angle C$이므로 $\angle A = \angle D$이다.

② 등변사다리꼴의 정의

③ 등변사다리꼴의 성질

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$이고, $\overline{BC}$는 공통, $\therefore \angle BAC = \angle BDC$
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$