

1. 두 개의 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = 5 \\ 5x + 3y = -1 \end{cases}$ 와 $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + by = 9 \end{cases}$ 의 해가 일치하도록 정수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = 3, b = -4$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -3, b = -4$

④ $a = 4, b = 3$

⑤ $a = -3, b = 4$

해설

두 연립방정식의 해가 같으므로 a, b 가 없는 두 식을 연립해서 푼다.

$y = 2x - 4$ 를 $5x + 3y = -1$ 에 대입하면

$$5x + 3(2x - 4) = -1, 11x = 11$$

$$\therefore x = 1$$

$$y = 2 - 4 = -2 \quad \therefore y = -2$$

$(1, -2)$ 를 $ax - y = 5$ 와 $x + by = 9$ 에 대입하면

$$a + 2 = 5 \quad \therefore a = 3$$

$$1 - 2b = 9 \quad \therefore b = -4$$

2. 희정이네 반 학생들은 모두 35 명이고, 남학생 수가 여학생 수의 두 배보다 13 명이 작다고 한다. 남학생 수는?

① 16 명

② 17 명

③ 18 명

④ 19 명

⑤ 20 명

해설

남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x = 2y - 13 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 19, y = 16$ 이다.

3. 다음은 연립방정식과 그 해를 나타낸 것이다. 해를 바르게 구한 것은?

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} x + 2y - 8 = 0 \\ 3x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} 8x + 5y = -11 \\ 4x + y = -7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{5}y = \frac{2}{5} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

해설

각각의 방정식에 x, y 값을 대입하여 두 방정식이 동시에 등식이 성립하면 연립방정식의 해이다.

4. 연립방정식 $4x - 7y - 8 = 5x + 3y = 7$ 의 해가 일차방정식 $3x + 2y = k$ 을 만족할 때 k 의 값은?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} 4x - 7y - 8 = 7 \\ 5x + 3y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 7y = 15 & \cdots (1) \\ 5x + 3y = 7 & \cdots (2) \end{cases}$$

$(1) \times 3 + (2) \times 7$ 하면 $47x = 94$

$x = 2,$

$x = 2$ 를 (2) 에 대입하면 $y = -1$

$x = 2, y = -1$ 을 $3x + 2y = k$ 에 대입하면 $3 \times 2 + 2 \times (-1) = k$

$\therefore k = 4$

5. 연립방정식 $\begin{cases} ax + y = 3 \\ 4x - 2y = b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -6

③ -4

④ 4

⑤ 8

해설

해가 무수히 많을 조건은 $\frac{a}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{3}{b}$ 이므로
 $a = -2, b = -6 \quad \therefore a - b = 4$

해설

해가 무수히 많으므로 두 식은 같은 식이다.
 $ax + y = 3$ 양변에 -2 를 곱하면 $-2ax - 2y = -6$
 $4x - 2y = b$ 와 같은 식이므로 $a = -2, b = -6$
 $\therefore a - b = 4$

6. 두 자리의 자연수에서 십의 자리를 x , 일의 자리를 y 라고 할 때, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 자연수는 처음 수보다 45 가 크다고 한다. 이를 미지수가 2 개인 일차방정식으로 나타내면?

① $10y + x = (10x + y) - 45$

② $10y + x = (10x + y) + 45$

③ $10y + x + 45 = (10x + y)$

④ $10x + y = (10y + x) + 45$

⑤ $10y + x = (10x + y) \times 45$

해설

처음 수의 십의 자리 숫자를 x , 일의 자리 숫자를 y 라 하면 처음 수는 $10x+y$, 나중 수는 $10y+x$ 이다. 따라서 $10y+x = (10x+y)+45$ 이다.

7. 다음 보기에서 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 어떤 x 의 값에 대해서도 y 의 값을 구할 수 있다.
- ㉡ 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 무수히 많다.
- ㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.
- ㉤ 일차방정식 $2x - 3y = 6$ 을 직선의 방정식이라고 한다.
- ㉥ 직선 위에 있는 점의 좌표인 순서쌍 (x, y) 중에는 주어진 일차방정식의 해가 아닌 것도 있다.
- ㉦ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉢, ㉥, ㉦

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉦

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥, ㉦

해설

㉥ 직선 위의 모든 점들의 순서쌍 (x, y) 는 일차방정식의 해이다.

8. x, y 에 관한 두 일차방정식 $y = ax + 5$ 와 $bx + y = -c$ 의 해가 $(-1, 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 - b + c$ 의 값은?

① 4

② 7

③ 9

④ 12

⑤ 13

해설

$(-1, 2)$ 를 $y = ax + 5$ 에 대입하면 $2 = -a + 5$, 따라서 $a = 3$ 이고,

$(-1, 2)$ 를 $bx + y = -c$ 에 대입하면 $-b + 2 = -c$, 따라서 $b - c = 2$ 가 된다.

$$\therefore a^2 - b + c = a^2 - (b - c) = 9 - 2 = 7$$

9. 연립방정식
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 11 \\ 4x + 5y - z = 3 \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$$
 의 해가 $x = a, y = b, z = c$ 일

때, abc 의 값은?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 11 & \dots ① \\ 4x + 5y - z = 3 & \dots ② \\ -2x + y + z = 7 & \dots ③ \end{cases}$$

① + ② $\times 2$ 를 하면 $11x + 14y = 17 \dots ④$

② + ③ 을 하면 $2x + 6y = 10 \Rightarrow x + 3y = 5 \dots ⑤$

④ - ⑤ $\times 11$ 을 하면 $-19y = -38 \quad \therefore y = 2, x = -1$

$x = -1, y = 2$ 를 ③ 식에 대입하면

$$2 + 2 + z = 7$$

$$\therefore z = 3$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 3$$

$$\therefore abc = -6$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = -4 \\ 5x + cy = -2 \end{cases}$ 을 푸는데, c 를 잘못 보아 $x = -1, y = \frac{3}{2}$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{4}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?
(단, c 는 옳은 값이다.)

① 5

② 3

③ 2

④ 1

⑤ 0

해설

옳은 해를 위의 두 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{2}a - \frac{9}{4}b = -4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{9}{4}c = -2$$

$$\therefore c = -2$$

또한 잘못 얻은 해는 첫 번째 방정식을 만족하므로

$$\text{이것을 대입하면 } -a - \frac{3}{2}b = -4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 ㉡을 연립해서 풀면 $a = 1, b = 2$

$$\therefore a + b + c = 1 + 2 - 2 = 1$$

11. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A , B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

① $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{635}{3} \text{m/분}$

② $A : \frac{865}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$

③ $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{605}{3} \text{m/분}$

④ $A : \frac{865}{3} \text{m/분}, B : \frac{605}{3} \text{m/분}$

⑤ $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$

해설

A 의 속력을 $x\text{m/분}$, B 의 속력을 $y\text{m/분}$ 라 하면 서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A , B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.

따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.

같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.

따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면

$$\therefore y = \frac{625}{3}, x = \frac{875}{3}$$

$$\therefore A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} 10x - y = 14 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3x + ay = 3a & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $1 : 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$x : y = 1 : 3$, $y = 3x$ 를 ㉠식에 대입하면

$10x - 3x = 14$, $x = 2$, $y = 6$

㉡식에 대입하면 $-6 + 6a = 3a$, $\therefore a = 2$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 0. ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, ab 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 0. ax + 0.8y = 2 \\ 0.3x + \frac{b}{5}y = 0.5 \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} ax + 8y = 20 \\ 3x + 2by = 5 \end{cases}$$

$$\frac{a}{3} = \frac{8}{2b} = \frac{20}{5}, \frac{a}{3} = \frac{4}{b} = 4, a = 12, b = 1$$

$$\therefore ab = 12$$

14. 소양이와 현진이가 가위바위보를 하여 이긴 사람은 4계단 올라가고, 진 사람은 3계단 내려가기로 하였다. 가위바위보를 하고나니 소양이는 처음보다 8계단 위에 현진이는 1계단 위에 있었다. 소양이가 이긴 횟수를 a , 현진이가 이긴 횟수를 b 라고 했을 때, $\frac{a^2 - ab + b^2}{a + b}$ 의 값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{6}{3}$

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

$$\begin{cases} 4a - 3b = 8 \\ 4b - 3a = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 12a - 9b = 24 \\ +) -12a + 16b = 4 \\ \hline 7b = 28 \end{array}$$

$$\therefore b = 4$$

$$4a - 3 \times 4 = 8, 4a = 20, a = 5$$

$$\frac{a^2 - ab + b^2}{a + b} = \frac{25 - 20 + 16}{5 + 4} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

15. A 중학교 작년의 총 학생수는 1200 명이었다. 올해는 작년보다 남학생은 5% 증가하고, 여학생은 4% 감소하여 전체적으로 0.5% 증가하였다. 이 학교의 올해의 남학생 수는?

① 610 명

② 615 명

③ 620 명

④ 625 명

⑤ 630 명

해설

작년 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 0.05x - 0.04y = 0.005 \times 1200 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 600$, $y = 600$ 이다.

따라서 올해의 남학생 수는 $600 \times (1 + 0.05) = 630$ (명) 이다.