

1. 좌표평면 위에 세 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 7)$, $C(6, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 직선 $y = mx + 2m + 1$ 에 의하여 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분될 때, m 의 값은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{4}{7}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{6}{7}$

해설

직선 $y = m(x + 2) + 1$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로 점 A 를 지난다.

따라서 주어진 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하려면 직선이 $\overline{BC}$ 의 중점 $M(5, 5)$ 를 지나야 한다.

$$\therefore 5 = m(5 + 2) + 1$$

$$\therefore m = \frac{4}{7}$$

2. 다음 <보기> 중 직선 $y = 2x + 1$ 과 서로 평행한 직선을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $y = -2x + 1$ ㉡ $y = 2(x + 3)$ ㉢ $\frac{1}{2}x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

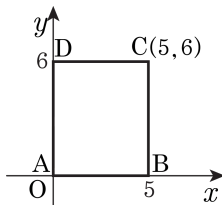
④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 평행한 직선들은 기울기가 같으므로 직선 $y = 2x + 1$ 과 평행한 직선은 ㉡이다.

3. 다음 그림과 같이 좌표평면에 네 점 $A(0,0)$, $B(5,0)$, $C(5,6)$, $D(0,6)$ 로 이루어진 $\square ABCD$ 가 있다. $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 를 최소로 하는 점 P 의 좌표는?



- ① $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ ③ $(0, 3)$
 ④ $(5, 0)$ ⑤ $(0, 6)$

해설

다음 그림에서 두 대각선 AC, BD 의 교점을

P 라 하고 임의의 점 P' 을 잡으면

$$\overline{P'A} + \overline{P'C} \geq \overline{AC} = \overline{PA} + \overline{PC}$$

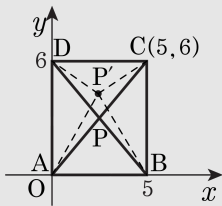
$$\overline{P'B} + \overline{P'D} \geq \overline{BD} = \overline{PB} + \overline{PD}$$

$$\therefore \overline{P'A} + \overline{P'B} + \overline{P'C} + \overline{P'D}$$

$$\geq \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$$

즉, $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD}$ 를 최소로 하는

점 P 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 $\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ 이다.



4. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + y^2$$

$$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$$

5. 세 점 A(0,0), B(1,0), C(1,2)에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 이 최소가 되도록 점 P의 좌표를 정하면?

① $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$

③ $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

④ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

해설

P(x, y)라 두면

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$$

$$= x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6$$

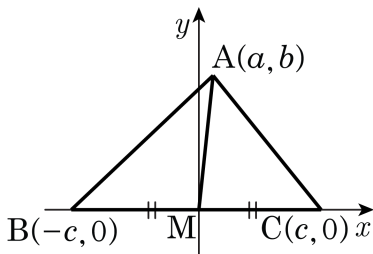
$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$$

∴ $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 일 때 최소

※ 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

6. $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = 2(\overline{AM^2} + \overline{BM^2})$ 이 성립함을 보이는 것이다. (가), (나), (다)에 들어갈 말을 차례로 나열한 것은?



다음 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 x 축 위에 놓고 $\overline{BC}$ 의 중점 M 을 y 축이 지난다고 가정하면 M 은 원점이 된다.

또, $\overline{AB^2} =$ (가), $\overline{AC^2} =$ (나)

$$\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = \text{(가)} + \text{(나)}$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM^2} + \overline{BM^2} = \text{(다)}$$

따라서 $\overline{AB^2} + \overline{AC^2} = 2(\overline{AM^2} + \overline{BM^2})$

- ① $a + b + c$, $a + b - c$, $a + b + c$
- ② $(a + c)^2 + b^2$, $(a - c)^2 + b^2$, $a + b + c$
- ③ $a + b + c$, $a + b - c$, $a^2 + b^2 + c^2$
- ④ $(a + c)^2 + b^2$, $(a - c)^2 + b^2$, $a^2 + b^2 + c^2$
- ⑤ $2(a + c)^2 + b^2$, $2(a - c)^2 + b^2$, $a^2 + b^2 + c^2$

해설

$$\text{(가)} = (a + c)^2 + b^2$$

$$\text{(나)} = (a - c)^2 + b^2$$

$$\text{(다)} = a^2 + b^2 + c^2$$