

1. 등식 $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\&= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

2. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k + 7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면
 $k \cdot 2^2 - 2 - (k + 7) = 0$
 $4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$
 $\therefore k = 3$
 $3x^2 - x - 10 = 0, (3x + 5)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$

3. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

4. $a < b$ 일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a + 2 \square b + 2$	㉡ $-a - 4 \square -b - 4$
㉢ $\frac{1}{2}a + 3 \square \frac{1}{2}b + 3$	㉣ $-\frac{a}{3} \square -\frac{b}{3}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도
부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a + 3 < \frac{1}{2}b + 3$
㉡ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로
 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

5. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

6. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -2x^2 + 1$

② $y = -x^2 + x + 1$

③ $y = -(x - 1)^2 + 4$

④ $y = 1 - x^2$

⑤ $y = (x - 1)(x + 2)$

해설

그래프가 아래로 볼록해야 최솟값을 가진다.

7. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

9. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때,

$2a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \frac{x^2-1}{x+3} < \frac{x+1}{-x+2} < \frac{x^2-3x+1}{\dots} \\ \text{(가)} & \text{(나)} & \text{(다)} \end{cases}$$

(가)에서 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

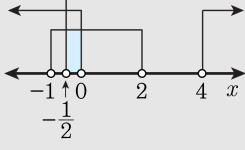
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2 - 4x > 0, x(x - 4) > 0$

$\therefore x < 0$ 또는 $x > 4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = 0$ 이므로 $2a + b = -1 + 0 = -1$

11. 두 부등식이 $\frac{2-3x}{3} \geq a$, $2x+4 < 3x$ 일 때, 공통된 해가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

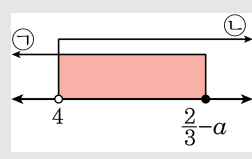
- ① $a < \frac{2}{3}$ ② $a < \frac{5}{3}$ ③ $a > 4$
 ④ $a < -\frac{5}{3}$ ⑤ $a < -\frac{10}{3}$

해설

$$\frac{2-3x}{3} \geq a \text{ 를 풀면, } 2-3x \geq 3a, 3x \leq 2-3a, x \leq \frac{2}{3}-a \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x+4 < 3x \text{ 를 풀면, } x > 4 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통부분이 있어야 한다. 즉,



$$\text{이므로, } 4 < \frac{2}{3}-a$$

$$\therefore a < -\frac{10}{3}$$

12. 이차방정식 $x^2 - (2k+4)x + 2k^2 + 9 = 0$ 이 실근을 갖도록 k 의 값 또는 범위를 정하면?

① $k < 2$

② $k \leq 2$

③ $k = 2$ 를 제외한 모든 실수

④ $-4 \leq k \leq 5$

⑤ k 의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

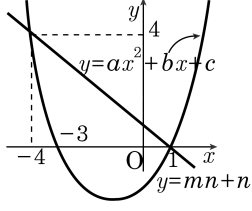
$$(k+2)^2 - (2k^2+9) \geq 0$$

$$k^2 - 4k + 5 \leq 0$$

$$\text{그런데 } k^2 - 4k + 5 = (k-2)^2 + 1 > 0$$

$\therefore k$ 의 값은 존재하지 않는다

13. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

- ㉠ 연립방정식 $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$ 의 해는 $x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.
- ㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.
- ㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.
- ㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.
- ㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1} \right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1) \\ = ax^2 + 3ax - 4a$$

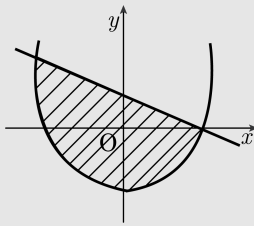
$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참



14. 이차식 $x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 양수 a 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 12

해설

$x^2 - xy - 6y^2 + ay - 1 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4(-6y^2 + ay - 1)}}{2}$$

$$= \frac{y \pm \sqrt{25y^2 - 4ay + 4}}{2}$$

일차식의 곱으로 인수분해가 되려면 $\sqrt{\quad}$ 안에 있는

$25y^2 - 4ay + 4$ 가 완전제곱식이 되어야 한다.

즉, $25y^2 - 4ay + 4 = (5y \pm 2)^2$

$\therefore -4a = \pm 20,$

$a = \pm 5$

$\therefore$ 양수 a 는 5

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$