

1. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구 하면?

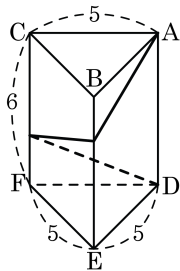
① $\sqrt{29}$

② $2\sqrt{29}$

③ $3\sqrt{29}$

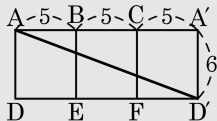
④ $4\sqrt{29}$

⑤ $6\sqrt{29}$

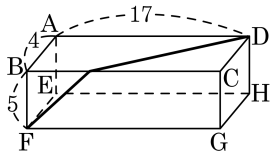


해설

$$\overline{AD'} = \sqrt{15^2 + 6^2} = \sqrt{225 + 36} = 3\sqrt{29}$$



2. 다음 직육면체의 꼭짓점 D 에서 모서리 $\overline{BC}$ 를 거쳐 점 F 에 이르는 최단거리를 구하여라.



① $\sqrt{130}$ cm

② $\sqrt{370}$ cm

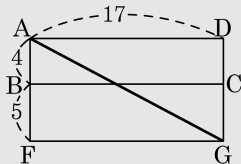
③ $37\sqrt{10}$ cm

④ $\frac{37\sqrt{10}}{2}$ cm

⑤ $130\sqrt{2}$ cm

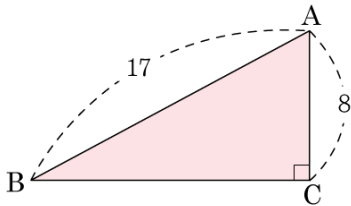
해설

$$\overline{FD} = \sqrt{17^2 + (4 + 5)^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$$



3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형일 때, $\sin A$ 의 값은?

- ① $\frac{15}{17}$ ② $\frac{17}{15}$ ③ $\frac{8}{17}$
④ $\frac{17}{8}$ ⑤ $\frac{15}{8}$

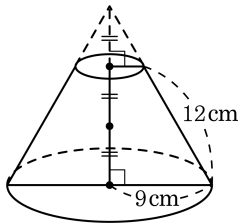


해설

$$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

따라서 $\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{15}{17}$ 이다.

4. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 9 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{2}{3}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 부피를 구하면?



- ① $486\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ② $243\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$
 ③ $234\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ ④ $162\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$
 ⑤ $81\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$

해설

$$\therefore h = \sqrt{12^2 - 6^2} =$$

$$6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

큰 원뿔 : 높이가 $9\sqrt{3}$ cm,

반지름이 9 cm

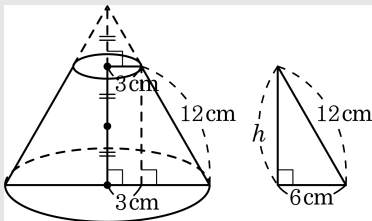
작은 원뿔 : 높이가 $3\sqrt{3}$ cm,

반지름이 3 cm

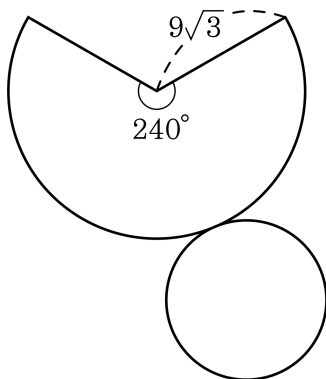
따라서 원뿔대의 부피는

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 9\sqrt{3} \right) - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} \right)$$

$$= 234\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)} \text{ 이다.}$$



5. 다음 그림과 같이 원뿔의 모선의 길이가 $9\sqrt{3}\text{cm}$ 이고 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 부피를 구하면?



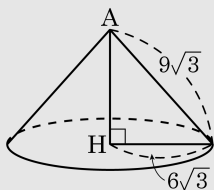
- ① $108\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ② $109\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ③ $110\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$
 ④ $111\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $112\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면

밑면의 원의 둘레의 길이는

$$2\pi r = 18\sqrt{3}\pi \times \frac{240^\circ}{360^\circ} \quad \therefore r = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

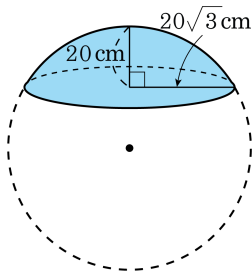


$$\overline{AH}^2 = (9\sqrt{3})^2 - (6\sqrt{3})^2 = 243 - 108 = 135$$

$$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{15} = 108\sqrt{15}\pi(\text{cm}^3)$$

6. 구 모양의 수박을 잘라낸 모양과 크기가 다음과 같을 때 잘라낸 단면의 둘레의 길이가 $40\sqrt{3}\pi$ cm 이었다. 이때 수박의 지름은?



- ① 25 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

단면의 반지름의 길이를 r' cm 라 하면
단면 둘레의 길이가 $2\pi r' = 40\sqrt{3}\pi$ 이
므로 $r' = 20\sqrt{3}$ (cm)

수박의 반지름을 r cm로 두고 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 적용하면

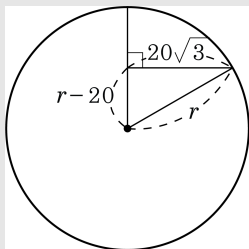
$$r^2 = (r - 20)^2 + (20\sqrt{3})^2$$

$$r^2 = r^2 - 40r + 400 + 1200$$

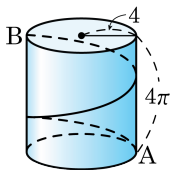
$$40r = 1600$$

$$r = 40$$

따라서 수박의 반지름은 40 cm 이므로 지름은 80 cm 이다.



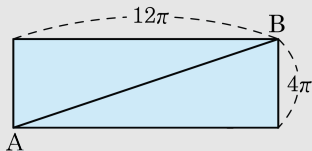
7. 다음 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 이고, 높이가 4π 인 원통이다. 그림과 같이 A 에서 B 까지 실로 원통을 한 바퀴 반 감아서 연결할 때, 실의 길이의 최소값을 구하면?



- ① $8\sqrt{2}\pi$ ② 6π ③ 10π
 ④ 8π ⑤ $4\sqrt{10}\pi$

해설

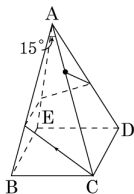
실의 길이의 최소값은 실을 팽팽히 잡아당길 때이다. 전개도를 그려 보면 다음과 같다.



따라서, 실의 길이의 최소값은 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

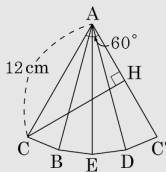
$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(12\pi)^2 + (4\pi)^2} = 4\sqrt{10}\pi$$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\angle BAC = 15^\circ$ 인 정사각뿔이 있다. 점 C에서 옆면을 지나 $\overline{AC}$ 에 이르는 최단거리를 구하면?



- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $5\sqrt{3}\text{cm}$
④ $6\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

해설

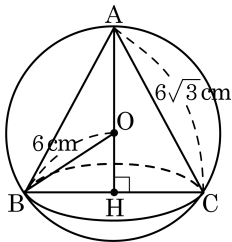


옆면의 전개도를 그려 생각하면, 점 C 에서 $\overline{AC'}$ 에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이가 최단거리가 된다.

$$\overline{AC} : \overline{CH} = 2 : \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{\text{CH}} = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



- ① $81\pi \text{ cm}^3$ ② $84\pi \text{ cm}^3$
 ③ $87\pi \text{ cm}^3$ ④ $90\pi \text{ cm}^3$
 ⑤ $93\pi \text{ cm}^3$

해설

$$\triangle OBH \text{ 에서 } \overline{BH}^2 = 6^2 - \overline{OH}^2 \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{BH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{OH})^2 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } 6^2 - \overline{OH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{OH})^2$$

$$12\overline{OH} = 36 \therefore \overline{OH} = 3 \text{ (cm)}$$

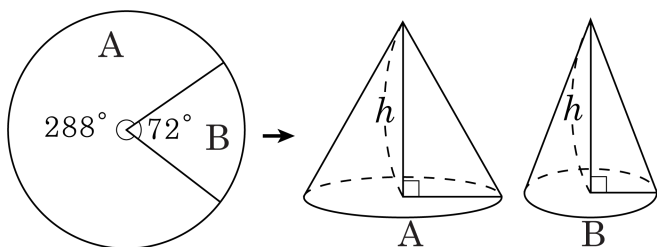
$$\textcircled{\text{㉠}} \text{ 에서 } \overline{BH}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$$\therefore \overline{BH} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6 + 3) = 81\pi \text{ (cm}^3\text{)} \text{ 이다.}$$

10. 반지름의 길이가 10 인 원을 다음 그림과 같이 중심각이 288° , 72° 가 되도록 잘라내어 2 개의 고깔을 만들었다. 두 고깔 A, B 의 부피를 각각 x , y 라 할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{6}}{24}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{12}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

i) 호의 길이와 밑면의 둘레

$$A : 20\pi \times \frac{288^\circ}{360^\circ} = 16\pi$$

$$\therefore r_A = 8$$

$$B : 20\pi \times \frac{72^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$\therefore r_B = 2$$

ii) 원뿔의 높이

A : 모선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 8

$$h_A = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

B : 선의 길이는 10 , 밑면의 반지름의 길이는 2

$$h_B = \sqrt{100 - 4} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

iii) 원뿔의 부피

A : 밑면의 반지름의 길이는 8 , 높이는 6

$$V_A = \frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6 = x$$

B : 밑면의 반지름의 길이는 2 , 높이는 $4\sqrt{6}$

$$V_B = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6} = y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{3} \times 8 \times 8 \times \pi \times 6}{\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{6}} = \frac{24}{\sqrt{6}} = \frac{24\sqrt{6}}{6} = 4\sqrt{6}$$

11. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 4cm 이다. 이때 구의 겉넓이는?

- ① $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 2cm 라 하면

$$(2a)^2 = 4^2 + a^2$$

$$4a^2 = 16 + a^2$$

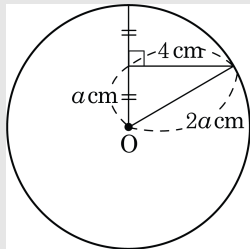
$$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2 \quad (a^2 = \frac{16}{3} \text{ 대}$$

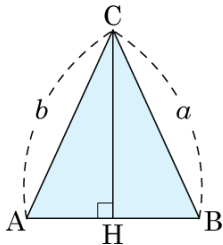
입)

$$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi (\text{cm}^2)$$



12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$,
 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\frac{\sin A}{\sin B}$ 의 값은?

- ① a^2b^2 ② $a + b$ ③ ab
 ④ $\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{a}{b}$



해설

$$\sin A = \frac{\overline{CH}}{b}, \quad \sin B = \frac{\overline{CH}}{a}$$

따라서 $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 높이가 6 cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10 cm 이었다. 다음 중 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는?

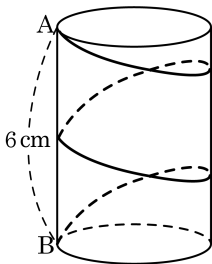
① $\frac{1}{\pi}$ cm

② π cm

③ $\frac{2}{\pi}$ cm

④ $\frac{\pi}{2}$ cm

⑤ $\frac{4}{\pi}$ cm



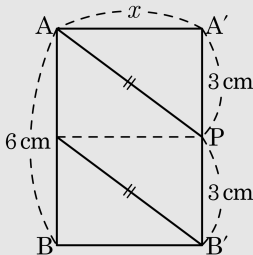
해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r , 둘레의 길이를 x 로 놓으면 $10 = 2\overline{AP}$

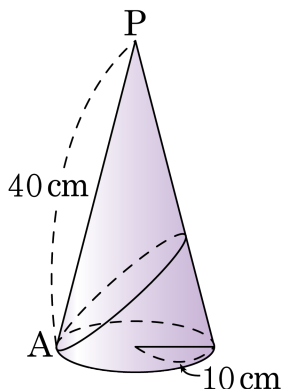
$$\overline{AP} = 5 \text{ 이므로 } \overline{AP} = \sqrt{x^2 + 9} = 5$$

$$\therefore x = 4 \text{ (cm) } (\because x > 0), 2\pi r = 4$$

$$\therefore r = \frac{2}{\pi} \text{ (cm)}$$



14. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 10cm 이고 모선의 길이가 40cm 인 원뿔이 있다. 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리가 $a\sqrt{b}$ cm 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?(단, b 는 최소의 자연수)



① 40

② 42

③ 44

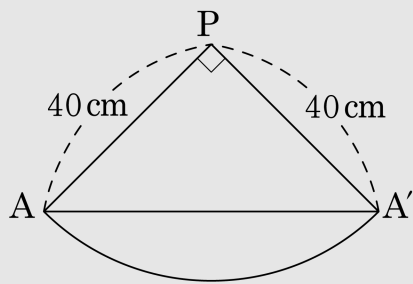
④ 46

⑤ 50

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

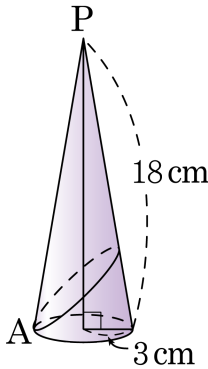
$$\frac{10}{40} \times 360^\circ = 90^\circ ,$$



최단거리 $\overline{AA'} = 40\sqrt{2}$ cm 이다.

$a = 40$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 42$

15. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 18cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔이 있다. 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단거리는?

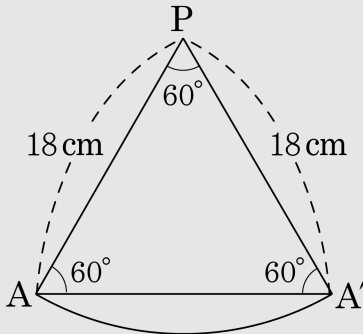


- ① 15cm ② $15\sqrt{2}$ cm ③ 18cm
 ④ $18\sqrt{2}$ cm ⑤ $18\sqrt{3}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$$\frac{3}{18} \times 360^\circ = 60^\circ,$$



삼각형 PAA' 은 정삼각형이므로
 최단 거리 $\overline{AA'} = 18\text{ cm}$ 이다.