**1.** 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(3,\ a)$, $\mathrm{C}(4,\ 2)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$일 때, $a$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2$이므로

$(3-2)^2 + (a-0)^2 = (4-3)^2 + (2-a)^2$

$1 + a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$

$4a = 4 \qquad \therefore a = 1$

**2.** 세 점 $A\,(2,\ 1)$, $B\,(-k+1,\ 3)$, $C\,(1,\ k+2)$ 가 같은 직선위에 있도록 하는 실수 $k$ 의 값들의 합은?

① $-2$　② $-1$　③ $3$　④ $4$　⑤ $5$

해설

세 점 $A(2,1)$ , $B(-k+1,3)$ , $C(1,k+2)$ 가 같은 직선 위에 있으려면
직선 AB 와 AC 의 기울기가 같아야 하므로

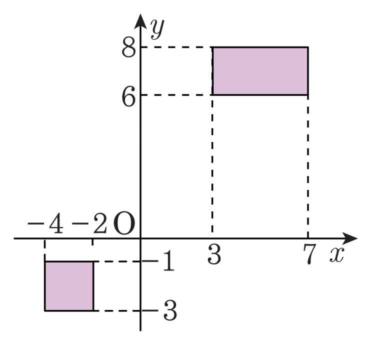
$$\frac{3-1}{(-k+1)-2} = \frac{(k+2)-1}{1-2}$$

$$\frac{2}{-k-1} = \frac{k+1}{-1},$$

$(k+1)^2 = 2$ ,

$\therefore\ k = -1 \pm \sqrt{2}$ 따라서 구하는 합은 $(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2}) = -2$

**3.** 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?




① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $1$

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M 이라 하자.
점 M 을 지나는 임의의 직선 $l$ 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
$l$ 의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
M 을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
두 점을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{7-(-2)}{5-(-3)} = \frac{9}{8}$$

**4.** 점 (3, 2) 를 지나고 직선 $-2x+y+5=0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $x-y-1=0$
② $2x-y-3=0$
③ $2x-y-4=0$
④ $2x-5y+4=0$
⑤ $-2x+y-4=0$

해설

직선 $-2x+y+5=0$

즉 $y=2x-5$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

이 때, 점 (3, 2) 를 지나므로

구하는 직선의 방정식은

$y-2=2(x-3)$, $\quad \therefore\ y=2x-4$

$\therefore\ 2x-y-4=0$

**5.** 다음 연립방정식이 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, $k$의 값은?

$$\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x+y=kx \end{cases}$$

① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$x+2y=0 \cdots$ ㉠,
$3x+y=kx \cdots$ ㉡
㉠ $-$ ㉡ $\times 2$ 하면 $(2k-5)x=0$
㉠ $\times (3-k)-$ ㉡ 하면 $(2k-5)y=0$
따라서 $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때
$x=y=0$
$k=\frac{5}{2}$ 일 때
㉠, ㉡는 $x+2y=0$ 이 되어 부정
(참고) $k \neq \frac{5}{2}$ 일 때
두 직선은 원점에서 만나고,
$k=\frac{5}{2}$ 일 때 두 직선은 모두
원점을 지나면서 일치한다.
결국 기울기가 같으면 되므로 처음부터
$-\frac{1}{2}=k-3$ 으로 해도 된다.

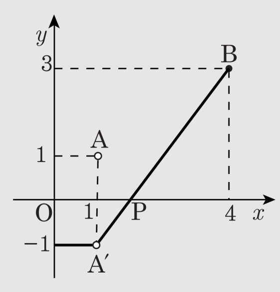
**6.** 두 점 $\mathrm{A}(1,1)$, $\mathrm{B}(4,3)$ 에 대하여 점 P 가 $x$축 위의 점 일때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은?

① 5　② $2\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{2}$　④ $8\sqrt{2}$　⑤ 8

해설

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 A $(1,1)$ 을 $x$ 축에 대해 대칭이동시킨 $\mathrm{A}'(1,\ -1)$ 과 B $(4,3)$ 을 잇는 선분의 길이와 같다.

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 $\overline{\mathrm{A'B}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{A'B}} = \sqrt{(4-1)^2+(3+1)^2} = \sqrt{25}=5$



**7.** 3km 떨어진 두 마을 ㄱ, ㄴ이 있다. ㄱ마을에는 100명의 학생이, ㄴ마을에는 50명의 학생이 있다. ㄱ, ㄴ두 마을 사이에 학교를 세울 때 통학거리의 합이 최소가 되려면 어디에 학교를 세워야 하는가?

① ㄱ마을

② ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 1km지점

③ 가운데

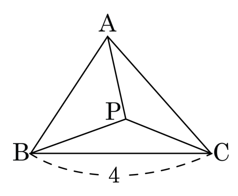
④ ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 2km지점

⑤ ㄴ마을

해설

ㄱ마을에서 $x$km 떨어진 곳에 학교를 세운다면 ㄴ마을 으로부터는 $(3-x)$km 떨어져 있다. 통학거리의 합 $S$ 는 $S = 100x+50(3-x)$
$= 150 + 50x$
$x \geq 0$ 이므로 $x = 0$ 일 때 $S$ 는 최소가 된다. 즉, ㄱ마을에 학교를 세우면 된다.

**8.** 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 ABC 의 임의의 내부의 한 점 P 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값은?

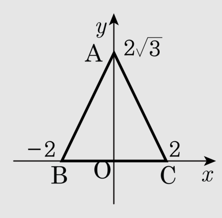



① 16 ② 17 ③ 18

④ 19 ⑤ 20

해설

다음 그림과 같이 직선 BC를 $x$축,
$\overline{BC}$의 중점을 원점 O,
직선 AO를 $y$축으로 잡으면
$A\left(0, 2\sqrt{3}\right), B(-2, 0), C(2, 0)$




$P(x, y)$라 하면

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$

$= x^2 + \left(y - 2\sqrt{3}\right)^2 + (x+2)^2 + y^2 + (x-2)^2 + y^2$

$= 3x^2 + 3y^2 - 4\sqrt{3}y + 20$

$= 3x^2 + 3\left(y - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 16$

따라서 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 은

$x = 0, y = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 최솟값 16을 갖는다.

**9.** 직선 $l$ 이 $x$축, $y$축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 두 점 A, B의 중점 M의 좌표는 (2, 3)이다. 이 때, 직선 $l$의 방정식은?

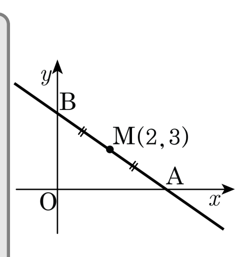
① $y=-2x+2$　　② $y=-\frac{3}{2}x+3$　　③ $y=-\frac{2}{3}x+2$

④ $y=-\frac{3}{2}x+6$　　⑤ $y=\frac{2}{3}x+6$

해설

A, B의 중점이 (2, 3)이므로
A(4, 0), B(0, 6) 직선 $l$의 $x$절편이 4 , $y$절편이 6 이므로
직선의 방정식은 $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}+1$이다.

$\therefore\ y=-\frac{3}{2}x+6$

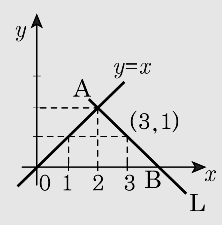


**10.** 두 직선 $y = x$, $y = 0$과 정점 A(3, 1)을 지나는 직선으로 둘러싸인 삼각형 면적의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 A 를 지나는 직선이 $y = x$ 와 수직일 때 $\triangle$OAB 의 면적은 최소이므로
(2, 2) 인 점에서 교차한다.
따라서 직선 L은 (2, 2)와 (3, 1)을 지나는 직선이다.




$\therefore$ L $= y - x + 4$

$\therefore\ S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

**11.** 평면상의 서로 다른 두 점 $\mathrm{P}, \mathrm{Q}$ 에 대하여, 선분 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 3 등분점 중 $\mathrm{P}$ 에 가까운 쪽의 점을 $\mathrm{P} * \mathrm{Q}$ 로 나타낼 때, $\mathrm{A}(1, 2)$, $\mathrm{B}(-2, 3)$, $\mathrm{C}(-1, -1)$ 에 대하여 점 $(\mathrm{A} * \mathrm{B}) * \mathrm{C}$ 의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{3},\ \frac{11}{9}\right)$  ② $(-3,\ 4)$  ③ $\left(\frac{5}{2},\ \frac{1}{3}\right)$
④ $(2,\ -1)$  ⑤ $\left(-\frac{4}{3},\ \frac{7}{2}\right)$

해설

$\mathrm{P} * \mathrm{Q}$ 는 $\mathrm{P}, \mathrm{Q}$ 의 $1 : 2$ 내분점을 말한다.

$\therefore (\mathrm{A} * \mathrm{B}) = \left(\frac{1 \times (-2) + 2 \times 1}{1+2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{1+2}\right) = \left(0, \frac{7}{3}\right)$

$\left(0, \frac{7}{3}\right) * \mathrm{C}$

$= \left(\frac{1 \times (-1) + 2 \times 0}{1+2}, \frac{1 \times (-1) + 2 \times \frac{7}{3}}{1+2}\right)$

$= \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$

$(\mathrm{A} * \mathrm{B}) * \mathrm{C} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{11}{9}\right)$

**12.** 세 도시 A, B, C 가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이 때 송전 비용을 최소로 하는 송전소의 위치는?

① 외심　　② 내심　　③ 수심

④ 무게중심　　⑤ 방심

해설

A($x_1$, $y_1$), B($x_2$, $y_2$), C($x_3$, $y_3$)

송전소의 위치를 D( $x$, $y$), 비용을 P 라고 하면

$$\begin{aligned}\mathrm{P} &= k\{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2 \\ &\quad +(x-x_3)^2+(y-y_3)^2\} \\ &= k\left\{3\left(x-\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)^2\right. \\ &\quad \left.+3\left(y-\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)^2\right\} \\ &\quad -\frac{(x_1+x_2+x_3)^2}{3}-\frac{(y_1+y_2+y_3)^2}{3} \\ &\quad +k(x_1^2+x_2^2+x_3^2+y_1^2+y_2^2+y_3^2)\end{aligned}$$

에서

$x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ 일 때

즉 $\triangle$ABC 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.

**13.** 두 점 A(3, 2), B($a$, $b$) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

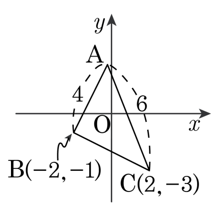
$\therefore\ a+2b-1=0\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

**14.** 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=6$, $B(-2,\ -1)$, $C(2,\ -3)$ 이고 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 선을 그었을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 점을 D 라 하자. 선분 AD 의 길이는?




① $4$　② $\sqrt{17}$　③ $3\sqrt{2}$　④ $2\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{21}$

해설

점 D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때

$\triangle ABD = \triangle ACD$ 가 되어 넓이를 이등분한다.

이 때, 점 D 의 좌표는 $D\left(\dfrac{-2+2}{2},\ \dfrac{-1-3}{2}\right)$

$\therefore\ D(0,\ -2)$

또, $\overline{BD} = \sqrt{(0+2)^2+(-2+1)^2} = \sqrt{5}$ 이고

점 D 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2 = 2(\overline{AD}^2+\overline{BD}^2)$ 이 성립한다.

즉, $4^2+6^2 = 2(\overline{AD}^2+5)$

$\overline{AD}^2+5=26,\ \overline{AD}^2=21$

$\therefore\ \overline{AD} = \sqrt{21}$

**15.** $A(1,\ 4)$, $B(-3,\ -4)$, $C(5,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 선분 DC의 길이는?

① $\frac{7}{3}$　② $\frac{8}{3}$　③ $3$　④ $\frac{10}{3}$　⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$\overline{AB} = 4\sqrt{5},\ \overline{BC} = 10,\ \overline{CA} = 2\sqrt{5}$

$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$는 $\angle A = \angle 90°$인 직각삼각형이다.

각의 이등분선 정리에 의해

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{CD} : \overline{DB}$

$\overline{CD} : \overline{DB} = 1 : 2$, $\overline{BC} = 10$이므로

$\overline{DC} = \frac{1}{3} \times 10 = \frac{10}{3}$