1. 두 이차방정식 $x^2+3x+a=0$과 $x^2-2x+b=0$이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=-4,\ b=1$

② $a=-4,\ b=-1$

③ $a=-3,\ b=1$

④ $a=4,\ b=-1$

⑤ $a=-3,\ b=-1$

해설

$x=1$을 두 방정식에 각각 대입하면

$1+3+a=0 \quad \therefore \ a=-4$

$1-2+b=0 \quad \therefore \ b=1$

2. 이차방정식 $2x^2-6x=-1+x^2$ 을 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 변형할 때, $p+q$ 의 값은?

① 5 ② -5 ③ -8 ④ 11 ⑤ -11

해설

방정식을 정리하면 $x^2-6x=-1$

양변에 9 를 더하면 $x^2-6x+9=-1+9$

$(x-3)^2=8$

$p=-3, q=8$

$\therefore p+q=5$

3. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

① $m > 7$ ② $m < 7$ ③ $m \geq 7$

④ $m < -7$ ⑤ $m > -7$

해설

$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m-3) < 0,\ m > 7$

4. 이차방정식 $2x^2+px+q=0$ 의 두 근이 -1 , 2 일 때, 이차방정식 $px^2+qx+2=0$ 의 두 근의 합은?
(단, p , q 는 상수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2+px+q=0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$2+(-1)=-\frac{p}{2},\quad 2\times(-1)=\frac{q}{2}$

$\therefore p=-2,\ q=-4$

이차방정식 $-2x^2-4x+2=0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{(-4)}{(-2)}=-2$

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10 + k$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰을 때, x 축과 만나지 않는 k 값의 범위가 $k > a$ 이다. a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 식을 정리하면
$y = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 10 + k = 2(x-3)^2 - 8 + k$ 이므로
평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x-4)^2 - 5 + k$ 이다.
이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면
최솟값 $-5 + k$ 가 0 보다 커야 하므로 $k > 5$
따라서 $a = 5$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 4k$ 의 최댓값이 5 일 때, 상수 k 의 값을 구하면? (단, $k > 0$)

① 7 ② 5 ③ 1 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 4k \\ &= -(x^2 - 2kx + k^2 - k^2) + 4k \\ &= -(x-k)^2 + (k^2 + 4k) \end{aligned}$$

최댓값 $k^2 + 4k = 5$, $k^2 + 4k - 5 = 0$

$k = 1$ 또는 $k = -5$ 에서 $k > 0$ 이므로 $k = 1$

7. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2 를 대입하면

$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$

$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$

$\therefore ab = 10$

8. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?

① 235 ② 325 ③ 532 ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r라 하면
p, q는 0이상 10미만의 정수이고
r은 1이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p+q+r=10 \cdots ㉠ \\ 4q=p+r \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $q=2$
$100p+20+r=100r+20+p+198$
$p-r=2 \cdots ㉢$
$q=2$를 ㉠에 대입하면 $p+r=8 \cdots ㉣$
㉢ + ㉣에서 $p=5$, $r=3$
따라서 구하는 수는 325이다.

9. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b=13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$ ② $a \geq -\frac{3}{4}$ ③ $a \geq \frac{7}{25}$

④ $a \leq \frac{7}{25}$ ⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

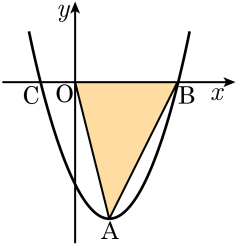
$y = a(x+5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$

$(y$절편$) \geq 0$

$-7 + 25a \geq 0$

$\therefore a \geq \frac{7}{25}$

11. 다음 포물선 $y=x^2-2x-3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?



① 16 ② 8 ③ 12

④ 6 ⑤ 10

해설

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

A 의 좌표는 $(1,\ -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y=0$ 일 때이므로

$0=(x-1)^2-4$ 이다.

따라서 $x=-1$ 또는 $x=3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

$\therefore \triangle\mathrm{ABO}=\dfrac{1}{2}\times 3\times 4=6$

12. $\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2-kx-m=0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k-m$ 의 값은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{7}=3-\sqrt{2}=1.\times\times\times$$

$\therefore a=1,\ b=2-\sqrt{2}$

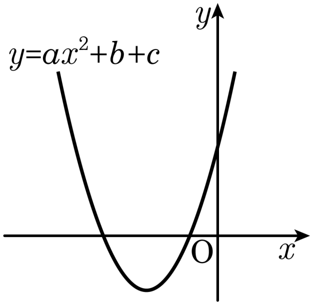
$2-\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}$ 가 $ax^2-kx-m=0$ 의 근이므로

$\dfrac{k}{a}=4,\ -\dfrac{m}{a}=2$

$\therefore k=4,\ m=-2$

$\therefore k-m=4-(-2)=6$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$ ② $a < 0$ ③ $b > 0$

④ $c < 0$ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\dfrac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

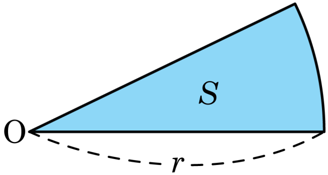
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

14. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 $r$cm 일 때, 넓이를 $S\,\text{cm}^2$ 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



① 3　② 6　③ 7　④ 9　⑤ 10

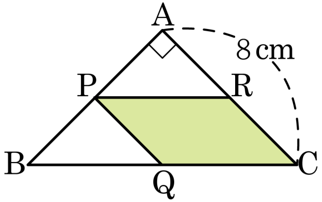
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12-2r)$ cm 이다.

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \frac{1}{2}r(12-2r) = -r^2+6r$$
$$= -(r-3)^2+9$$

따라서 $r=3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

15. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. □PQCR 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$$\square PQCR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ)$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8 - x)^2 + \frac{1}{2}x^2 \right\}$$
$$= 32 - (x^2 - 8x + 32)$$
$$= -x^2 + 8x = -(x - 4)^2 + 16$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR 의 넓이가 최대가 된다.