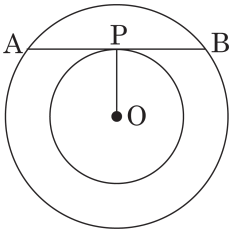


1. 다음은 점 O 를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심 O 에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인 $\overline{AB}$ 를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이 8 cm , 큰 원의 반지름이 12 cm 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

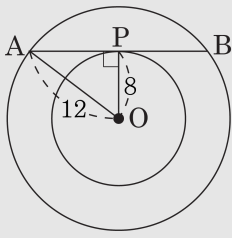


- ① $7\sqrt{5}$ cm ② $8\sqrt{5}$ cm ③ $9\sqrt{5}$ cm
④ $10\sqrt{5}$ cm ⑤ $11\sqrt{5}$ cm

해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



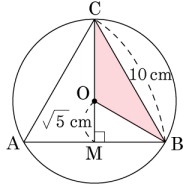
2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 합동인 두 원에서 중심각과 호의 길이는 정비례한다.
- ② 합동인 두 원에서 중심각과 현의 길이는 정비례한다
- ③ 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ④ 한 원에서 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

중심각과 현의 길이는 정비례하지 않는다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

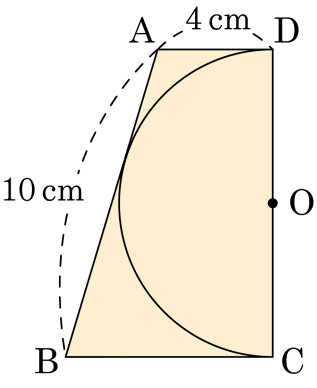
$$\triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{2} (\text{cm}^2)$$

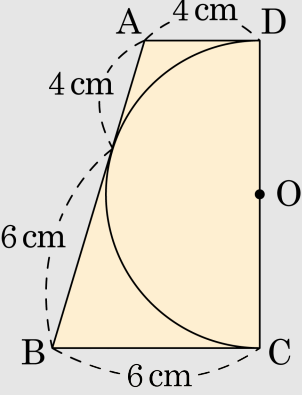
4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



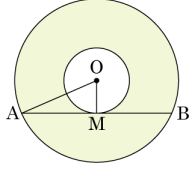
- ① 4cm
- ② 6cm
- ③ $4\sqrt{2}$ cm
- ④ $2\sqrt{2}$ cm
- ⑤ $\sqrt{11}$ cm

해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



5. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 AB 의 길이는?



- ① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

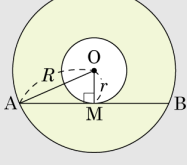
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $R = \overline{OA}$, $r = \overline{OM}$ 이다.

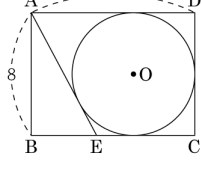
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi(R^2 - r^2) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$



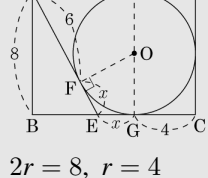
6. 다음 그림에서 □ABCD는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O가 □AECD에 내접할 때, △ABE의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

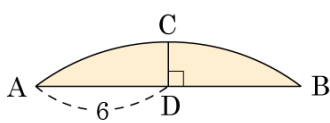
해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$\begin{aligned}
 2r &= 8, \quad r = 4 \\
 \overline{FE} &= \overline{EG} = x(x < 6) \text{ 라 하면} \\
 \overline{BE} + \overline{EC} &= 10 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 6 - x \text{ 이다.} \\
 \triangle ABE \text{ 에서} \\
 (6 + x)^2 &= (6 - x)^2 + 64, \quad 24x = 64 \\
 \therefore x &= \frac{8}{3} \\
 \therefore \overline{BE} &= 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3} \\
 \therefore \triangle ABE &= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}
 \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

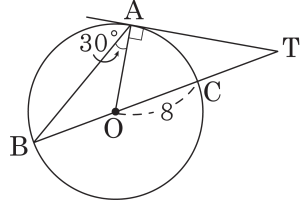
원의 중심 O과 점 D, 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

8. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

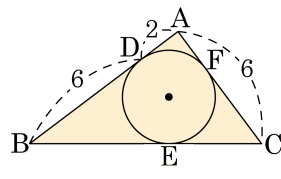


- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

9. 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

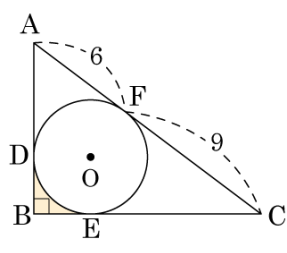
$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로

이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

10. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

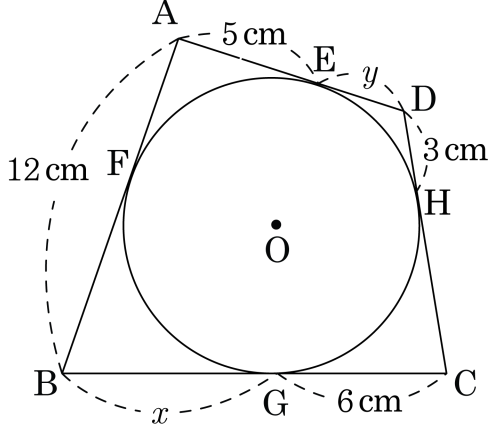


- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$
 $(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$
 $x^2 + 15x - 54 = 0$
 $(x + 18)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 3$
 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.
 $\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$

11. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$ 의 값은?

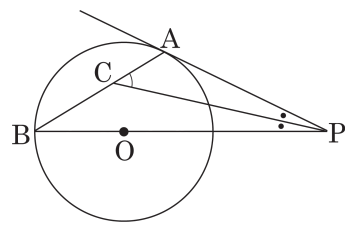


- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

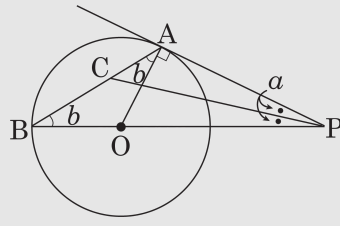
12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
 $\angle OAP = 90^\circ$



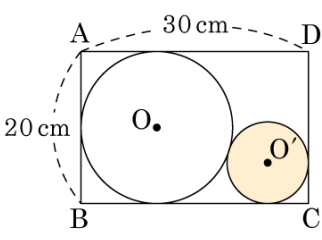
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$\therefore a + b = 45^\circ$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

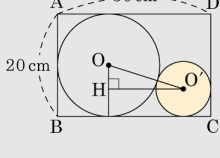
$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$

13. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



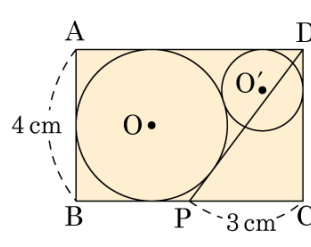
- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서
 $\overline{OO'} = 10 + x$
 $\overline{OH} = 10 - x$
 $\overline{O'H} = 20 - x$
 $\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$ 에서
 $(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$
 $x^2 - 80x + 400 = 0$
 $x = 40 \pm 20\sqrt{3}$
 x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.
 $\therefore$ (원 O'의 넓이) $= \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})$ cm ② $(8 - 4\sqrt{3})$ cm ③ $(4 + 2\sqrt{3})$ cm
④ $(4 - 2\sqrt{3})$ cm ⑤ 1 cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

 Δ DPC 에서

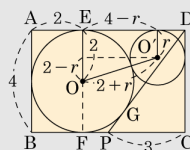
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm}) \\ \overline{DC} &= 5 = r(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\underline{\underline{\text{ED}}} = \underline{\underline{\text{FC}}} = \underline{\underline{\text{FP}}} + \underline{\underline{\text{PC}}} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6 \text{ (cm)}$$



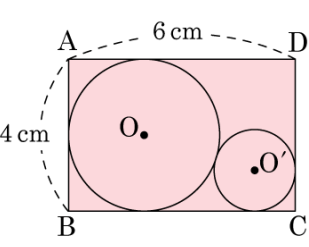
원 O' 의 반지름을 r_{cm} 라 하면

$$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

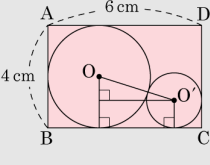
$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

15. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 올려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 올려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

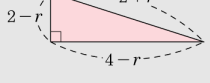


- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$$(2-r)^2 + (4-r)^2 = (2+r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$