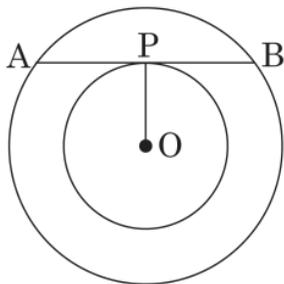


1. 다음은 점 O 를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심 O 에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인 \overline{AB} 를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이 8 cm , 큰 원의 반지름이 12 cm 라고 할 때, \overline{AB} 의 길이는?



① $7\sqrt{5}\text{ cm}$

② $8\sqrt{5}\text{ cm}$

③ $9\sqrt{5}\text{ cm}$

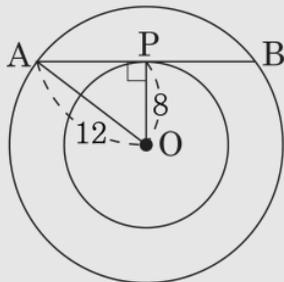
④ $10\sqrt{5}\text{ cm}$

⑤ $11\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



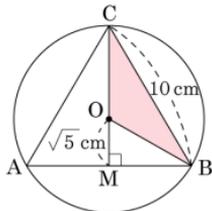
2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 합동인 두 원에서 중심각과 호의 길이는 정비례한다.
- ② 합동인 두 원에서 중심각과 현의 길이는 정비례한다
- ③ 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ④ 한 원에서 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

중심각과 현의 길이는 정비례하지 않는다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

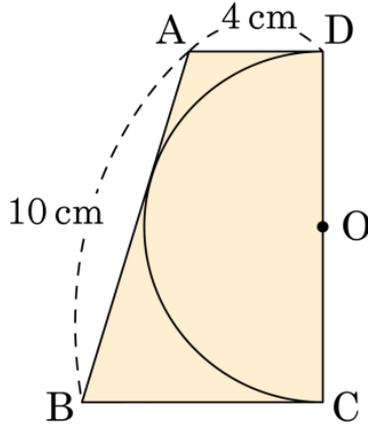
$$\triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{2} (\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림에서 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{DA} 가 원 O의 접선일 때, \overline{BC} 의 길이는?



① 4cm

② 6cm

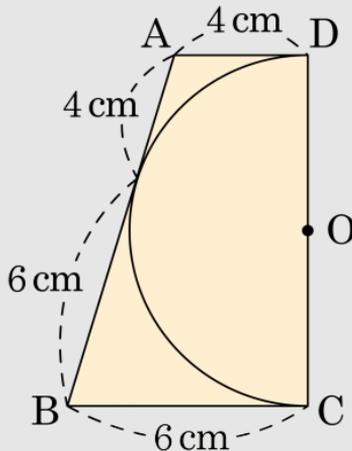
③ $4\sqrt{2}$ cm

④ $2\sqrt{2}$ cm

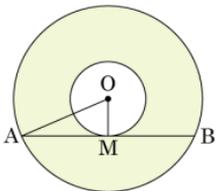
⑤ $\sqrt{11}$ cm

해설

\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{DA} 가 원 O에 접하므로



5. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 \overline{AB} 의 길이는?



- ① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

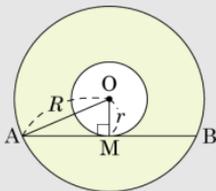
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $R = \overline{OA}$, $r = \overline{OM}$ 이다.

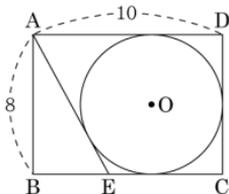
(색칠한 부분의 넓이) = $\pi(R^2 - r^2) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$



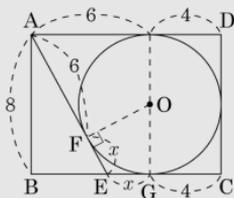
6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 $\square AECD$ 에 내접할 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 8, r = 4$$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

$\triangle ABE$ 에서

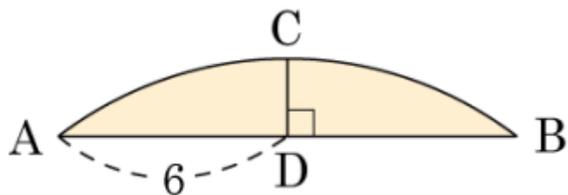
$$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64, 24x = 64$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

7. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, \overline{CD} 의 길이는?



① 1

② $\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

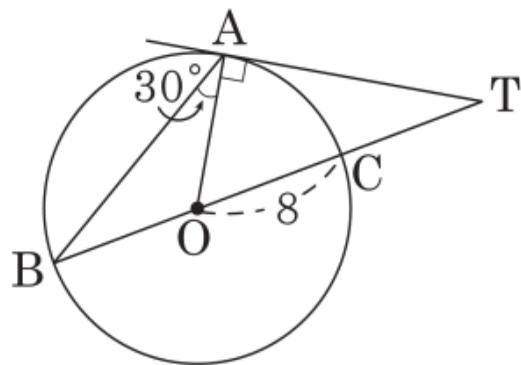
원의 중심 O 과 점 D , 점 A 를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

8. 그림에서 \overline{AT} 는 반지름의 길이가 8 인
 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다.
 $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, \overline{CT} 의 길이를 구
 하면?



① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 13

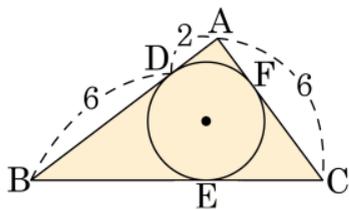
해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 8$$

$$1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$$

$$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$$

9. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이 고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18

- ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

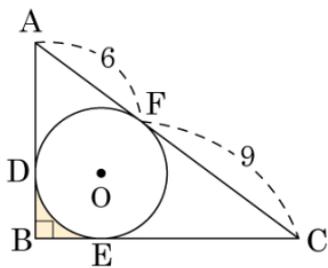
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로
이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

10. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

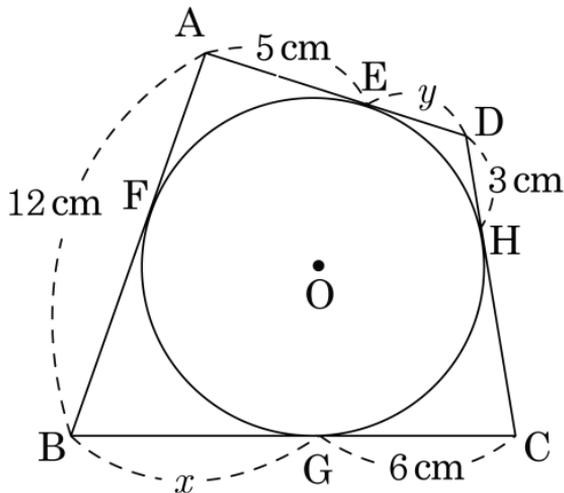
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

11. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접할 때, $x + y$ 의 값은?



① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

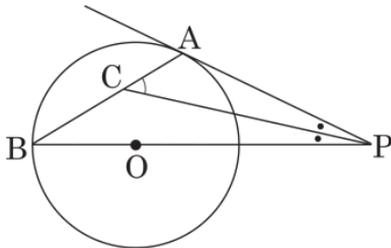
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$$

따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 \overline{PA} 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 \overline{AB} 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

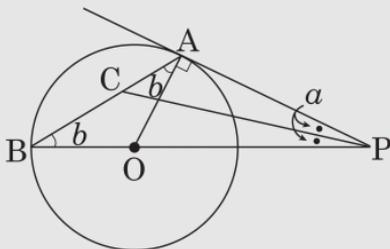
④ 50°

⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



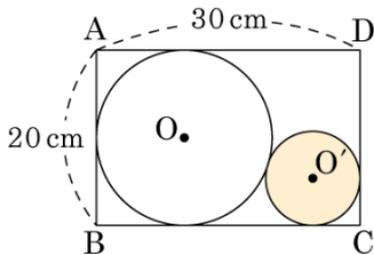
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

13. 다음 그림에서 원 O 는 직사각형 $ABCD$ 에 내접하는 큰 원이고 원 O' 은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O' 의 넓이는?



① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$

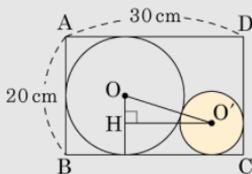
② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$

③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$

④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$

⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그어 $\triangle O'O'H$ 에서

$$\overline{OO'} = 10 + x$$

$$\overline{OH} = 10 - x$$

$$\overline{O'H} = 20 - x$$

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{ 에서}$$

$$(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$$

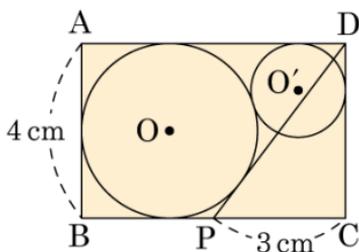
$$x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$$

x 는 30 보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.

$$\therefore (\text{원 } O' \text{ 의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$$

14. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD가 원 O에 외접하고 원 O'은 원 O에 접하고, 변 AD, CD에 접한다. 원 O'의 반지름은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

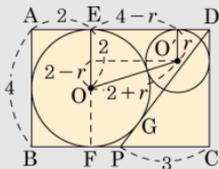
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



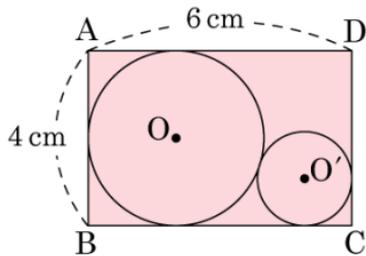
원 O'의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

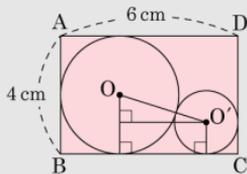
$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

15. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 오려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 오려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

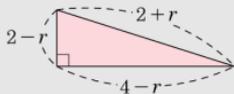


- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$$(2-r)^2 + (4-r)^2 = (2+r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$