

1. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

2. 복소수 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z = 2 - 3i$

② $z = 4 - 3i$

③ $z = 6 - 3i$

④ $z = 2 + 3i$

⑤ $z = 4 + 3i$

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z = 6 - 3i$$

3. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\&= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \\y &= 2x^2 - 12x - 4 \\&= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \\\therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

4. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -18 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$

② $x-4$

③ $22x+26$

④ $22x-26$

⑤ $x-18$

해설

$$f(-1) = 4, f(-2) = -18$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = 4, -2a + b = -18$$

$$\therefore a = 22, b = 26$$

5. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$$

$$= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$$

$$\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$$

6. 복소수 z 의 켈레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, 다음 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$)

보기

㉠ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.

㉡ $z\bar{z} > 0$

㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.

㉣ $z^2 + \bar{z}^2 \geq 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, (a, b 는 실수)

㉠ $z + \bar{z} = 2a$ (실수)

㉡ $z\bar{z} = a^2 + b^2 > 0$

㉢ $z - \bar{z} = 2bi$, $b = 0$ 일 경우에는 0 이다.

즉, z 가 실수부만으로 이루어져 있는 경우에는 실수이다.

ex) $z = 3$, $\bar{z} = 3$, $z - \bar{z} = 3 - 3 = 0$

㉣ $z^2 + \bar{z}^2 = 2(a^2 - b^2) \rightarrow$ 우변이 0보다 크거나 같다고 할 수는 없다.

7. 실수 x, y 가 방정식 $4x^2 + y^2 - 16x + 2y + 13 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값과 최솟값을 구하면 ?

- ① 최댓값 1, 최솟값 -3 ② 최댓값 3, 최솟값 -1
③ 최댓값 3, 최솟값 1 ④ 최댓값 -1, 최솟값 -3
⑤ 최댓값 4, 최솟값 -1

해설

x 에 관해 내림차순으로 정리하면

$$4x^2 - 16x + y^2 + 2y + 13 = 0$$

실수의 해를 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-8)^2 - 4(y^2 + 2y + 13) \geq 0$$

$$\therefore y^2 + 2y - 3 \leq 0$$

$$\therefore (y + 3)(y - 1) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq y \leq 1$$

따라서, 최댓값은 1, 최솟값은 -3

8. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 10

해설

$(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 에서

i) 1이 중근일 경우

$x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면 성립해야 하므로

$$1-a+2a=0, a=-1$$

ii) 1이 중근이 아닌 경우

$x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D=0$ 에서

$$D=a^2-8a=0, a(a-8)=0, a=0, 8$$

$$\therefore 0+8-1=7$$

9. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

① $100^6 - 1$

② $100^6 + 1$

③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$

⑤ 1

해설

$100 = a$ 로 치환 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\&= (a^3-1)(a^3+1) \\&= a^6-1 \\&= 100^6-1\end{aligned}$$

10. 함수 $f(x) = x^2 + px + q$ 와 $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고, $f(\sqrt{2}+1) = 0$, $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때, $g(x)$ 를 $f(x)$ 로 나눈 나머지는?



① $x + 1$

② $x - 1$

③ $-x + 1$

④ $-x - 1$

⑤ $2x + 1$

해설

$g(x)$ 를 $f(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$

나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{aligned} g(\sqrt{2}+1) &= f(\sqrt{2}+1)Q(\sqrt{2}+1) + a(\sqrt{2}+1) + b \\ &= a(\sqrt{2}+1) + b \quad (\because f(\sqrt{2}+1) = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 나머지는 $x + 1$

11. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

12. 실수 x, y 에 대하여 $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$ 일 때, xy 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0 \text{ 을}$$

x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2x^2 + 2(y+1)x + y^2 - 2y + 5 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 때, x 는 실수이므로 $\textcircled{1}$ 은 실근을 가져야 한다.

$$D = (y+1)^2 - 2(y^2 - 2y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0 \quad (y-3)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0, \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \quad \therefore xy = (-2) \cdot 3 = -6$$

13. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$ 라 할 때, $g(\alpha) \cdot g(\beta)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 8

④ 11

⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 1$

또, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$

$= (x^2 - 3x + 1)(x + 2) + 2x + 1$

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로

$g(\alpha) = 2\alpha + 1$, $g(\beta) = 2\beta + 1$

$\therefore g(\alpha)g(\beta) = (2\alpha + 1)(2\beta + 1)$

$= 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1$

$= 4 + 6 + 1 = 11$

14. 실계수 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 α 는 허수이고, $\frac{\beta^2}{\alpha}$ 은 실수이다. 이 때, $\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^3$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ i

⑤ $-i$

해설

α 가 근이므로 $\bar{\alpha}$ 도 근이다.

이차방정식은 두 근을 가지므로

$$\beta = \bar{\alpha}, \bar{\beta} = \alpha \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{\beta^2}{\alpha} \text{이 실수이므로, } \frac{\beta^2}{\alpha} = \overline{\left(\frac{\beta^2}{\alpha}\right)}$$

$$\therefore \bar{\alpha}\beta^2 = \alpha\bar{\beta}^2$$

$$\textcircled{1} \text{에 의하여 } \beta\beta^2 = \alpha\alpha^2$$

$$\therefore \beta^3 = \alpha^3$$

$$\therefore \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^3 = \frac{\beta^3}{\alpha^3} = 1$$

15. $x \geq 1$ 에 대하여 $y = -x^2 + 4kx + 3$ 이 최댓값 11 을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{9}{4}$

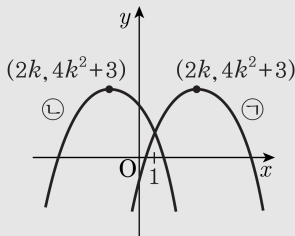
② $\sqrt{2}$

③ $-\sqrt{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설



$$y = -x^2 + 4kx + 3 = -(x - 2k)^2 + (4k^2 + 3)$$

㉠ 경우 : $2k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$

최대 : $4k^2 + 3 = 11, k^2 = 2$

$\therefore k = \sqrt{2} \left(\because k \geq \frac{1}{2} \right)$

㉡ 경우 : $2k \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2}$

최대 : $y = -1 + 4k + 3 = 4k + 2 = 11$

$k = \frac{4}{9}$ 인데 $k \leq \frac{1}{2}$ 이므로

$\therefore$ 해가 존재하지 않음.

$\therefore k = \sqrt{2}$