1. 등식 $2x+(y+1)i=6-i$를 만족하는 실수 $x,\ y$의 값은?

① $x=3,\ y=-2$　② $x=3,\ y=0$　③ $x=4,\ y=-2$

④ $x=4,\ y=0$　⑤ $x=-1,\ y=4$

해설

$(2x-6)+(y+2)i=0$

$x,\ y$는 실수이므로, $2x-6=0,\quad y+2=0$

$\Rightarrow x=3,\quad y=-2$

2. 이차방정식 $3x^2-2x-1=0$의 근을 A, B (단, $A<B$)라 할 때, $3A+B$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$3x^2-2x-1=0$

$(3x+1)(x-1)=0$

$x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

$\therefore \quad 3A+B=0$

3. $-4 \le x \le a,\ 1 \le y \le 5$에서 $\frac{1}{2}x + 3y$ 의 최댓값이 16 일때, a는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$-4 \le x \le a$에서 $-2 \le \frac{1}{2}x \le \frac{a}{2} \cdots\cdots$ ㉠

$1 \le y \le 5$ 이므로 $3 \le 3y \le 15 \cdots\cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면 $1 \le \frac{1}{2}x + 3y \le \frac{a}{2} + 15$

따라서 최댓값이 16 이므로 $a = 2$

4. 이차부등식 $x^2+2x-35<0$을 풀면?

① $-15<x<12$ ② $-15<x<5$ ③ $-7<x<5$

④ $-7<x<2$ ⑤ $-5<x<7$

해설

$x^2+2x-35<0$에서 $(x+7)(x-5)<0$

$\therefore -7<x<5$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq -1,\ \dfrac{2}{3} < x < 1$

② $-1 < x \leq -3,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 2$

③ $-2 < x \leq 0,\ \dfrac{1}{3} < x < 1$

④ $-3 < x \leq -2,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 1$

⑤ $-4 < x \leq -2,\ \dfrac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$이므로

$x \leq -2$ 또는 $x \geq \dfrac{2}{3}$

(나)에서 $-2 < x + 1 < 2$,

$-3 < x < 1$이므로

$-3 < x \leq -2,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 1$

6. 이차방정식 $ax^2+4x-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a>-2$
② $-2<a<0,\ a>0$
③ $-2<a<0$
④ $a>2$
⑤ $a<0,\ 0<a<2$

해설

$ax^2+4x-2=0$에서

(i) 이차방정식이므로 x^2의 계수는 $a\neq 0$이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4}>0$이어야 하므로

$$\frac{D}{4}=2^2-(-2a)>0,\ 2a+4>0$$

$\therefore a>-2$

따라서 실수 a값의 범위는

$-2<a<0$ 또는 $a>0$

7. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

8. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

해설

$y = -x^2 + 6x + 5$

$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$

$y = 2x^2 - 12x - 4$

$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$

$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$　② 4　③ $-3\sqrt{2}$

④ -4　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, \ y = \pm 2$

ii) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2}, \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+2 \le 11 \\ 2-x < 3x+10 \end{cases}$ 을 만족시키는 가장 큰 정수를 a, 가장 작은 정수를 b 라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 8 ⑤ 11

해설

$3x+2 \le 11$, $x \le 3$

$2-x < 3x+10$, $x > -2$

$-2 < x \le 3$ 이므로 $a=3,\ b=-1$

$\therefore\ a+b = 3+(-1) = 2$

11. 연립부등식 $\frac{1}{2}(x-4) < 0.1x - 0.6 < 0.3x + \frac{1}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\frac{1}{2}(x-4) < 0.1x - 0.6$ 의 양변에 10 을 곱하면 $5(x-4) < x - 6$,

$5x - 20 < x - 6$, $x < \frac{7}{2}$

$0.1x - 0.6 < 0.3x + \frac{1}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면 $x - 6 < 3x + 2$, $x > -4$

연립부등식의 해는 $-4 < x < \frac{7}{2}$ 이므로 자연수는 1, 2, 3 즉, 3 개이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} x+1 > \dfrac{4x-3}{3} \\ \dfrac{x-3}{2} > x-a \end{cases}$ 의 해가 $x<1$일 때, 상수 a의 값은?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

(i) $3(x+1) > 4x-3,\ x<6$

(ii) $\dfrac{x-3}{2} > x-a,\ x-3 > 2x-2a,\ x<2a-3$

연립부등식의 해가 $x<1$ 이므로 $2a-3=1$

$\therefore\ a=2$

13. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 <u>아닌</u> 것은?

① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\mathrm{g})$ 이다.

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \ge \frac{140}{3} \\ x \le 60 \end{cases}$$

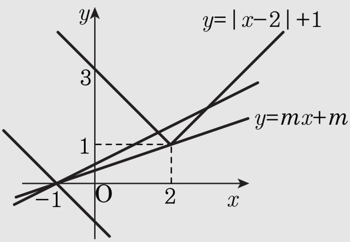
이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \le x \le 60$ 이다.

14. 함수 $y = |x-2|+1$ 의 그래프가 직선 $y = mx+m$ 과 만나기 위한 양수 m 의 최솟값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x \geq 2$ 일 때, $|x-2| = x-2$ 이므로
$y = x-2+1 = x-1$
$x < 2$ 일 때, $|x-2| = -(x-2)$ 이므로 $y = -x+2+1 = -x+3$
따라서, $y = |x-2|+1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



또, 직선 $y = mx+m = m(x+1)$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(-1,\ 0)$ 을 지난다.

직선 $y = mx+m$ 이 점 $(2,\ 1)$ 을 지날 때, $1 = 2m+m \therefore m = \frac{1}{3}$

직선 $y = mx+m$ 이 직선 $y = -x+3$ 과 평행할 때, $m = -1$
따라서, 직선 $y = mx+m$ 이 $y = |x-2|+1$ 의 그래프와 만나려면 기울기 m 의 값의 범위가

$m \geq \frac{1}{3}$ 또는 $m < -1$ 이어야 한다.

그런데 양수 m이므로 $m \geq \frac{1}{3}$ 그러므로 구하는 m 의 최솟값은 $\frac{1}{3}$

이다.

15. 다음 등식을 만족시키는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$$

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 1 개씩 있다.

⑤ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 2 개씩 있다.

해설

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$, $\frac{a+b}{ab}=\frac{1}{a+b}$, $(a+b)^2=ab$, $a^2+ab+b^2=0$

$\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2+\frac{3}{4}b^2=0$ 실수로서 이 등식을 만족하는 경우는

$a=0,\ b=0$뿐이다.

따라서 0 이 아닌 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 없다.