

1. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$  에서  $x = -1$ ,  $x = 2$  를 대입하면  
성립하므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -3 & 3 & 1 & -6 \\ & & -1 & 4 & 7 & 6 \\ \hline 2 & 1 & -4 & 7 & -6 & 0 \\ & & 2 & -4 & 6 & \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2 \text{ 또는 } x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

따라서 실수근은  $-1$ ,  $2$ 이므로  $-1 + 2 = 1$ 이다.

2. 방정식  $x^6 - 1 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

①  $-1$

②  $1$

③  $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

④  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤  $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

해설

$$x^6 - 1 = (x^3 + 1)(x^3 - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 1, \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

3. 사차방정식  $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을  $a$ , 가장 큰 근을  $b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

4. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$  의 모든 근의 합은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

5.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (3a-1)x^2 - 5ax + 2a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④  $-\frac{8}{9}$

⑤  $-\frac{17}{9}$

해설

$x^3 + (3a-1)x^2 - 5ax + 2a = 0$ 을 인수분해하면

$$(x-1)(x^2 + 3ax - 2a) = 0$$

i) 중근이  $x=1$ 인 경우

$x=1$ 을  $x^2 + 3ax - 2a$ 에 대입하면 0이 된다.

$$1 + 3a - 2a = 0$$

$$\therefore a = -1$$

ii)  $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 이 중근을 갖는 경우

판별식  $D = 9a^2 + 8a = 0$ ,  $a(9a + 8) = 0$ ,

$$\therefore a = 0, a = -\frac{8}{9}$$

$$-1 + 0 - \frac{8}{9} = -\frac{17}{9}$$