

1. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 5 > 3 - 2x \\ 2(x - 3) \leq x + 4 \end{cases}$$

① $2 \leq x < 10$ ② $2 < x \leq 10$ ③ $2 < x < 10$

④ $2 \leq x \leq 10$ ⑤ $x \leq 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \dots \textcircled{\text{①}}$

두 번째 부등식에서 $2x - 6 \leq x + 4$

$\therefore x \leq 10 \dots \textcircled{\text{②}}$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore 2 < x \leq 10$

2. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x - 3 \leq 0 \\ x^2 + 4x \geq 0 \end{cases}$$

을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 5 개 ② 4 개 ③ 3 개 ④ 2 개 ⑤ 1 개

해설

$$2x^2 - 5x - 3 \leq 0$$

$$(x - 3)(2x + 1) \leq 0$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

$$x^2 + 4x \geq 0$$

$$x(x + 4) \geq 0$$

$$x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq 0$$



해 : $0 \leq x \leq 3$ $x = 0, 1, 2, 3 \Leftarrow$ 정수해

3. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \geq 0 \end{cases}$$
 을 풀면?

① $x \leq 0$ ② $-2 < x < 3$ ③ $x < 0, x > 2$

④ $0 < x < 2$ ⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \cdots ① \\ 2x(x-3) \geq 0 & \cdots ② \end{cases}$$

①식에서

i) $x \geq -4$ 일 때

$$x+4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x < 2$$

ii) $x < -4$ 일 때

$$-x-4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$$

$$\therefore x < -4$$

i), ii)에서 $x < 2$

②식에서 $2x(x-3) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, x \leq 0$

①과 ②공통범위 : $x \leq 0$

4. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} |x+3| \leq 4 \\ x^2 + 7x - 18 > 0 \end{cases}$$

- ① 모든 실수
- ② 해는 없다
- ③ $-7 \leq x \leq 1$
- ④ $x < -9$ 또는 $x > 2$
- ⑤ $-9 \leq x < -7$ 또는 $1 \leq x < 2$

해설

$$\begin{cases} -4 \leq x+3 \leq 4, -7 \leq x \leq 1 \\ (x+9)(x-2) > 0, x < -9, x > 2 \end{cases} \cdots \textcircled{\text{R}}$$



5. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \\ x^2 \geq 2 - x \end{cases}$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2bx - (a + 2b) \geq 0$
의 해가 일치할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x^2 - 3x \leq 0 \cdots (\text{가}) \\ x^2 \geq 2 - x \cdots (\text{나}) \end{cases}$$

(가)에서 $x(x - 3) \leq 0 \quad \therefore 0 \leq x \leq 3$

(나)에서

$$x^2 + x - 2 \geq 0, \quad (x + 2)(x - 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 1$$

따라서 (가)와 (나)의 공통 범위를 구하면

$$1 \leq x \leq 3$$

해가 $1 \leq x \leq 3$ 이고 이차항의 계수가

$a(a < 0)$ 인 부등식은

$$a(x - 1)(x - 3) \geq 0$$

$$ax^2 - 4ax + 3a \geq 0$$

$$\therefore -4a = 2b, \quad 3a = -(a + 2b)$$

$$-4a = 2b \text{에서 } b = -2a$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0 \end{cases}$

을 만족하는 정수가 -3 한 개뿐일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

Ⓐ $-3 < a \leq 3$ Ⓑ $-3 < a \leq 2$ Ⓒ $-2 < a \leq 7$

Ⓓ $0 < a \leq 7$ Ⓨ $7 < a \leq 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$ 에서

$(x+2)(x-2) > 0$

$\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots ⑦$

$2x^2 + (7 - 2a)x - 7a < 0$ 에서

$(2x+7)(x-a) \cdots ⑧$

⑦, ⑧를 동시에 만족하는 정수가

-3 뿐이어야 하므로

a 가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \leq 3$ 이다.

7. 두 부등식 $|x - a| < 2$, $x^2 - 2x + 1 - b^2 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 없도록 하는 양수 a, b 의 관계식은?

- Ⓐ $a - b \geq 3$ Ⓑ $a - b \leq 3$ Ⓒ $a - b > 3$
Ⓓ $a - b < 3$ Ⓨ $a - b > -3$

해설

$$\begin{aligned} -2 &< x - a < 2 \\ \Rightarrow -2 + a &< x < 2 + a \\ x^2 - 2x + 1 - b^2 &\geq 0 \\ \Rightarrow \{x - (1 + b)\} \{x - (1 - b)\} &\leq 0 \\ \Rightarrow 1 - b &\leq x \leq 1 + b \\ \text{두 부등식의 공통범위가 없으려면} \\ 2 + a &\leq 1 - b \text{이거나} \\ 1 + b &\leq -2 + a \text{이어야 한다} \\ \Rightarrow a + b &\leq -1 \text{ 또는 } a - b \geq 3 \end{aligned}$$

8. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 $3, 4, x$ 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 $3^2, 4^2, x^2$ 이다. 이 때, 정수 x 의 값의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야

하므로 $3 + 4 > x, 3 + x > 4, 4 + x > 3$,

$9 + 16 > x^2, 9 + x^2 > 16, 16 + x^2 > 9$ 의

6개의 부등식을 만족하는

x 값의 범위는 $\sqrt{7} < x < 5$ 이고

x 가 정수이므로 $x = 3, x = 4$ 이다.

9. 세 변의 길이가 $x - 1$, x , $x + 1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x - 1$, x , $x + 1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$x - 1 > 0$, $x > 0$, $x + 1 > 0$

$x - 1 + x > x + 1 \therefore x > 2 \dots\dots\textcircled{1}$

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x - 1)^2 + x^2 < (x + 1)^2$

$x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots\textcircled{2}$

①과 ②에서 $2 < x < 4$

$\therefore a = 2$, $b = 4$

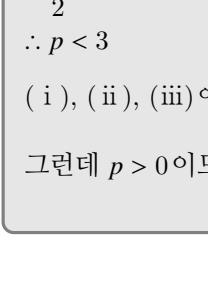
따라서 $a + b = 6$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 범위는?

- ① $0 < p < 1$ ② $\frac{1}{2} < p < 1$ ③ $1 \leq p < 2$
④ $1 < p < \frac{4}{3}$ ⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

11. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -6$

해설

$$f(x) = x^2 - ax + 9 \text{ 라 놓으면}$$

$$\text{i) } x < 1 \text{에 있어야 하므로 } \frac{1}{2}a < 1, a < 2$$

$$\text{ii) } f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$$

$$\text{iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로}$$

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

① $8 \leq m < 10, m > 10$

② $8 \leq m < 10, m > 8$

③ $-10 \leq m < 10, m > 10$

④ $-10 \leq m < 10, m > 8$

⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

해설

(i) 경계값 $x = 2$ 에서



$f(2) > 0$

축의 위치 $m - 4 > 2$

판별식 $D \geq 0$

$\therefore 8 \leq m < 10$

(ii)



$f(2) < 0$ 이기만 하면 된다.

$\therefore m > 10$

13. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $m < -5$ ② $m > -2$ ③ $-2 < m < 2$
④ $m > 2$ ⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



14. 이차부등식 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 을 만족하는 모든 x 가 이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 0$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$
④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a \geq 1$

해설

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ | $1 < x < 2$ 에서 항상 성립해야 하므로

$f(x) = x^2 - 2ax + a - 1$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1) \leq 0$, $f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(1) = 1 - 2a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 0 \quad \text{.....} \odot$$

$$f(2) = 4 - 4a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 1 \quad \text{.....} \odot$$

\odot, \odot 에서 $a \geq 1$

15. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근이 1 과 2 사이에 있을 때, 상수 a 의 범위는?

- Ⓐ $a > 3$ Ⓑ $0 < a < 3$ Ⓒ $a \geq \frac{1}{2}$
Ⓓ $a \geq 1$ Ⓓ $-1 < a < 3$

해설

주어진 조건을 만족시키려면 $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$ 이어야 한다.

따라서 $f(-1) = a + (a+1) - 4 > 0$ 에서

$$2a > 3 \quad \therefore a > \frac{3}{2} \quad \text{… ①}$$

$$f(2) = 4a - 2a - 2 - 4 > 0 \quad \text{에서}$$

$$2a > 6 \quad \therefore a > 3 \quad \text{… ②}$$

①, ②를 모두 만족해야 하므로

구하는 a 의 값의 범위는 $a > 3$

16. 두 부등식 $x^2 + ax + b \geq 0$, $x^2 + cx + d \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 범위가 $-3 \leq x \leq -1$ 또는 $x = 2$ 라고 한다.
○ 때 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -8 ④ -10 ⑤ -3

해설

$x^2 + ax + b \geq 0$ 의 해를 $x \leq \alpha$, $x \geq \beta$
 $x^2 + cx + d \leq 0$ 의 해를 $\gamma \leq x \leq \delta$ 라고
하면



공통의 해가 $-3 \leq x \leq -1$ 또는 $x = 2$ 이려면

다음 그림에서와 같이 $\alpha = -1$, $\beta = 2$, $\gamma = -3$, $\delta = 2$ 이어야 한다.

$$\therefore x^2 + ax + b = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2 \text{이므로 } a = -1, b = -2$$

$$x^2 + cx + d = (x+3)(x-2) = x^2 + x - 6 \text{이므로 } c = 1, d = -6$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = -1 + (-2) + 1 + (-6) = -8$$

17. 세 변의 길이가 x , $x+1$, $x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는 x 의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x > 0 \dots \textcircled{⑦}$
 $x+2$ 가 최대변이므로
 $x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots \textcircled{⑧}$
둔각삼각형이 되는 조건은
 $(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$
 $\therefore -1 < x < 3 \dots \textcircled{⑨}$
⑦, ⑧, ⑨에서 공통범위를 구하면
 $1 < x < 3$
 $\therefore \alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

18. 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 4 = 0$ 의 서로 다른 두 실근 α, β 가 $\alpha < 0 < \beta$ 을 만족할 때, a 의 범위를 구하면?

- ① $a > 2$ 또는 $a < -2$
② $-\frac{4}{\sqrt{3}} < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$
③ $a > \frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $a < -\frac{4}{\sqrt{3}}$
④ $-2 < a < 2$
⑤ $2 < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$ 또는 $-\frac{4}{\sqrt{3}} < a < -2$

해설

i) 두 실근을 가지려면 판별식이 0보다 크다.

$$\Rightarrow D = a^2 - 4(a^2 - 4) > 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{3}} < a < \frac{4}{\sqrt{3}}$$

ii) 두 근이 $\alpha < 0 < \beta$ 이려면

$x = 0$ 을 대입한 값이 0보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow a^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow -2 < a < 2$$

i), ii)의 공통 범위: $-2 < a < 2$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0과 1 및 2사이에 있도록 k 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 0, k > 1$ ② $k \leq 0, k \geq 2$ ③ $0 < k < 1$
④ $0 \leq k \leq 1$ ⑤ $0 < k < 2$

해설

$$x^2 - 2x + k = f(x) \text{ 라면}$$
$$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$$
$$\therefore k > 0, k < 1$$
$$\therefore 0 < k < 1$$

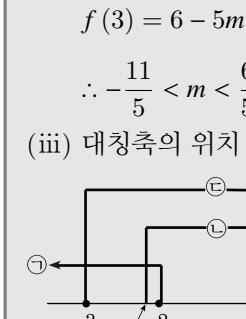
20. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + m+3 = 0$ 의 두 실근이 -2 와 3 사이에 있을 때, 정수 m 의 개수를 구하여라.

▶ 답:

개

▷ 정답: 2개

해설



$f(x) = x^2 - 2(m+1)x + m+3$ 으로 놓으면

$$(i) \frac{D}{4} = (m+1)^2 - (m+3) \geq 0 \text{ 에서}$$

$$(m-1)(m+2) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 1 \quad \dots \dots \textcircled{i}$$

$$(ii) f(-2) = 5m + 11 > 0 \text{ 에서}$$

$$m > -\frac{11}{5},$$

$$f(3) = 6 - 5m > 0 \text{ 에서 } m < \frac{6}{5}$$

$$\therefore -\frac{11}{5} < m < \frac{6}{5} \quad \dots \dots \textcircled{ii}$$

(iii) 대칭축의 위치



$$-2 < m+1 < 3$$

$$\therefore -3 < m < 2 \quad \dots \dots \textcircled{iii}$$

$$\textcircled{i}, \textcircled{ii}, \textcircled{iii} \text{에서 } -\frac{11}{5} < m \leq -2 \text{ 또는 } 1 \leq m < \frac{6}{5}$$

따라서, 정수 m 은 $-2, 1$ 두 개다.

21. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$f(x) = x^2 + ax + b \text{ 라고 놓을 때}$$

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \cdots ① \\ f(0) = b < 0 & \cdots ② \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \cdots ③ \end{cases}$$

$$① \times 2 + ③ \text{하면 } 6 + 3b > 0$$

$$\therefore b > -2$$

이것과 ②에서 $-2 < b < 0$

$$\therefore b = -1 (\because b \text{는 정수})$$

이 값을 ①, ③에 대입하면

$$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

$$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$$

22. 이차방정식 $x^2 + 2kx + k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있기 위한 k 값의 범위가 $a < k \leq b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$D/4 = k^2 - k \geq 0, k(k-1) \geq 0, \therefore k \leq$$

$$0, k \geq 1$$

$f(x) = x^2 + 2kx + k$ 라 하면

$$f(-1) = 1 - k > 0$$

$$\therefore k < 1$$

$$f(1) = 1 + 3k > 0 \therefore k > -\frac{1}{3}$$

대칭축 $x = -k$ 이므로 $-1 < -k < 1$

$$\therefore -1 < k < 1$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < k \leq 0$$

$$\therefore ab = 0$$



23. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

$$(i) D > 0 \text{에서 } \frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$$

$$(a-2)(a+2) > 0$$

$$\therefore a < -2, a > 2$$

$$(ii) f(-3) > 0 \text{에서}$$

$$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$$

$$\therefore a > -\frac{13}{6}$$

$$(iii) f(3) > 0 \text{에서}$$

$$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$$

$$(iv) \text{ 대칭축의 방정식 } x = -\frac{(-2a)}{2} = a \text{에서}$$

$$-3 < a < 3$$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이 범위에 있는 정수는 없다.

24. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 중 한 근만이 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두근 사이에 존재할 때, 실수 k 의 범위는?

- ① $2 < k < 4$ ② $1 < k < 6$ ③ $\textcircled{③} 5 < k < 8$
④ $5 < k < 12$ ⑤ $8 < k < 12$

해설

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 에서 그래프의
중심축이 $x = 3$ 이므로 다음 그림과 같은
형태로 그래프가 그려질 때 주어진 조건을
만족한다.

$$\begin{aligned}f(1) &= k - 5 > 0, \quad k > 5 \\f(2) &= k - 8 < 0, \quad k < 8 \\∴ \quad 5 < k < 8\end{aligned}$$



25. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서
 $(x - 2)(x - 5) = 0 \therefore x = 2$ 또는 $x = 5$

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓으면 함수 $y = f(x)$ 의

그래프는 다음 그림과 같아야 한다.

따라서 $f(2) < 0$, $f(5) < 0$ 이므로

$f(2) = -8 + k < 0$ 에서 $k < 8$

$f(5) = -5 + k < 0$ 에서 $k < 5$

$\therefore k < 5 \therefore$ 정수 k 의 최댓값은 4이다.

