

1. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

2. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① ㉡, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (중근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

$\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$

두 근의 곱은 a 이므로

$$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$$

4. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10쪽

② 12쪽

③ 14쪽

④ 16쪽

⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (쪽)

5. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\pi(x+5)^2 = 5\pi x^2$$

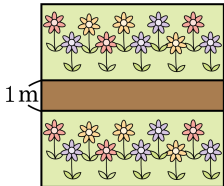
$$x^2 + 10x + 25 = 5x^2$$

$$4x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$$

6. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

7. 다음 이차방정식 $5x^2 - 2x + k$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 5k}}{5} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$$

$$1 - 5k = 11$$

$$\therefore k = -2$$

8. 이차방정식 $x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^2 + 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -3 \pm \sqrt{21},$$

두 근 중 양수인 것은 $x = -3 + \sqrt{21}$,

따라서 $\alpha = -3 + \sqrt{21}$ 이다.

$$1 < -3 + \sqrt{21} < 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n = 1$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4) + 3x^2 - 16x + 15 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{x-4} \\ &= \frac{(x-4)(3x-4) - 1}{x-4} \\ &= 3x - 4 - \frac{1}{x-4} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

10. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\alpha - \beta = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{2}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2^2 + 4}{-2} = -4\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - kx + k - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = k, \alpha(\alpha + 3) = k - 1$$

$$2\alpha = k - 3, \alpha = \frac{k - 3}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{k - 3}{2} \left(\frac{k - 3}{2} + 3 \right) = k - 1$$

$$(k - 3)(k + 3) = 4k - 4$$

$$k^2 - 4k - 5 = 0$$

$$(k - 5)(k + 1) = 0$$

$$\therefore k = 5, -1$$

$$\therefore 5 + (-1) = 4$$

13. 이차방정식 $x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 5α 라고 하면 $2\alpha + 5\alpha = 14$,
 $7\alpha = 14$, $\alpha = 2$,
따라서 두 근은 4, 10 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 40$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$

양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차가 4 이고, 큰 근이 작은 근의 3 배일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -3

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 x , $x + 4$ 라 하면 $3x = x + 4$

$$\therefore x = 2$$

따라서 두 근은 2, 6 이다.

2, 6 을 두 근으로 $x^2 + ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = -8$, $b = 12$ 가 나온다.

따라서 $a + b = -8 + 12 = 4$ 이다.