1. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누너주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7,\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7,\ 70 = 2 \times 5 \times 7$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

2. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?

① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.

3. 가로의 길이가 450 m , 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450 과 240 의 최대공약수인 30 m 이다.

4. 어떤 자연수로 100 을 나누면 4 가 남고, 70 을 나누면 6 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 16 ② 18 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

96 과 64 의 최대공약수이므로 32

5. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72,\ 140 + 4 = 144,\ 210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

6. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 64 & 96 & 128 \\ \hline 2 & 32 & 48 & 64 \\ \hline 2 & 16 & 24 & 32 \\ \hline 2 & 8 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

7. 세 수 124, 156, 204를 어떤 수로 나누었더니 그 나머지가 모두 같았다. 어떤 수 중에서 가장 큰 수와 그 때의 나머지를 구하여라.

① 어떤 수 : 7 , 나머지 : 2
② 어떤 수 : 9 , 나머지 : 5
③ 어떤 수 : 12 , 나머지 : 6
④ 어떤 수 : 16 , 나머지 : 2
⑤ 어떤 수 : 16 , 나머지 : 12

해설

어떤 수를 x, 나머지를 r이라 하고 세 수 124, 156, 204의 몫을 각각 Q_1, Q_2, Q_3라 하면
$124 = xQ_1 + r$, $156 = xQ_2 + r$, $204 = xQ_3 + r$이므로
각각의 수의 차는 x로 나누어 떨어진다.
$204 - 124 = 80$, $204 - 156 = 48$, $156 - 124 = 32$
32, 48, 80의 최대공약수는 16이므로 어떤 수는 16이고 그 때의 나머지는 12이다.

8. 우리 반은 교실 청소는 남학생 15 명이 5 명씩, 특별구역 청소는 여학생 24 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인가?

① 3 주후 ② 4 주후 ③ 6 주후
④ 12 주후 ⑤ 18 주후

해설

남학생은 $15 \div 5 = 3$(주)마다, 여학생은 $24 \div 6 = 4$ (주)마다 당번이 돌아오므로 3 과 4 의 최소공배수인 12 (주)마다 동시에 청소를 하게 된다.

9. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a+b$ 의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$(바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$(바퀴) 이다.
$\therefore a+b = 4+3 = 7$

10. 현서는 3일에 한 번, 소윤이는 4일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9월 26일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

3과 4의 최소공배수는 12이므로 9월 26일부터 12일 후인 10월 8일, 그 12일 후인 10월 20일, 그 12일 후는 11월 1일이므로, 현서와 소윤이는 10월 달에 2번 만나게 된다.

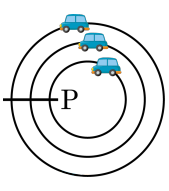
11. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 대, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.
따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

12. 장난감 자동차 세 대가 다음 그림과 같은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 18분 동안 A자동차는 24바퀴를 돌고, B자동차는 36바퀴, C자동차는 45바퀴를 돈다. 세 자동차가 동시에 P 지점에서 출발하여 1시간 10분 동안 일정한 속도로 돌았다면 동시에 P지점을 몇 번 통과하는가?



① 9번 ② 10번 ③ 11번 ④ 12번 ⑤ 13번

해설

A, B, C 세 자동차가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{18}{24}$분, $\frac{18}{36}$분, $\frac{18}{45}$분이다.

$\frac{18}{24}$분 $=$ 45초 ,$\frac{18}{36}$분 $=$ 30초, $\frac{18}{45}$분 $=$ 24초이다.

45, 30, 24의 최소공배수는 360이므로

360초 $=$ 6분마다 한 번씩 P지점을 통과한다.

따라서 $70 \div 6 = 11 \cdots 4$이므로 11번 통과한다.

13. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

14. 가로의 길이가 16cm , 세로의 길이가 12cm , 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

15. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로
$60 + 3 = 63$ 이다.

16. 6 으로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남고, 9 로 나누면 8 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는?

① 101 ② 111 ③ 123 ④ 143 ⑤ 153

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,
$x = 6 \times \triangle + 5 = 8 \times \square + 7 = 9 \times \bigcirc + 8$
x 는 (6, 8, 9의 공배수) $- 1$ 이다.
6, 8, 9의 최소공배수는 72 이므로
세 자리의 자연수 중 가장 작은 수는
$(72 \times 2) - 1 = 144 - 1 = 143$ 이다.

17. 세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 두 자리 자연수를 구하여라.

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

세 자연수 2, 4, 7 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 수는 세 수의 공배수보다 1 큰 수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 2 & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 2 & 7 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 7 = 28$

2, 4, 7 의 최소공배수가 28 이므로, 2, 4, 7 의 공배수는 28 의 배수와 같다. 이 때, 가장 작은 두 자리 자연수는 28 이므로, 구하고자 하는 수는 $28 + 1 = 29$ 이다.

18. 세 수 3×5^2, $c^3\times3^a\times5^2$, $2\times3\times5^b\times7$ 의 최대공약수가 $d\times5$ 이고, 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5^2\times7$ 일 때, $\frac{d}{c}-\frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ 5　　④ 9　　⑤ 12

해설

최대공약수가 $d\times5$,
최소공배수가 $2^3\times3^2\times5^2\times7$ 이므로
$a=2,\ b=1,\ c=2,\ d=3$
$\therefore\ \frac{d}{c}-\frac{b}{a}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

19. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42 ② 49 ③ 56 ④ 60 ⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 할 때,
$G \times L = A \times B$
$420 = 7 \times$ (최소공배수) 이다.
$\therefore$ (최소공배수) $= 60$

20. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358 ② 409 ③ 421 ④ 462 ⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$A \times B = 11 \times 42$ 이다.
$\therefore\ A \times B = 462$

21. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 240 ② 300 ③ 360 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$1440 = L \times 6$ 이다.
$\therefore\ L = 240$

22. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5 이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로, $A = 35 = 5 \times 7$, $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$ 이다.

23. 다음 보기 를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 100 이하의 자연수이다.

㉡ 3 의 배수

㉢ 5 의 배수

㉣ 4 로 나누면 나머지가 3 인 수

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3 과 5 의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4 로 나누었을 때 나머지가 3 인 수는 15, 75 의 2 개

24. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6　　⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

25. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 16\text{의 배수} \\ a\text{는 } 21\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 24\text{의 배수} \\ a\text{는 } 35\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 공배수})}{(21,\ 35\text{의 공약수})} \cdots$ ㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 최소공배수})}{(21,\ 35\text{의 최대공약수})}$

$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$