

1. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

①  $2^3 \times 3 \times 5$

②  $4^2 \times 3 \times 5$

③  $2 \times 6 \times 10$

④  $2^2 \times 6 \times 5$

⑤  $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

2. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

①  $2^3 \times 6 \times 7$

②  $2^2 \times 3 \times 7^2$

③  $2^4 \times 3 \times 7$

④  $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤  $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 336}$$

$$2 \overline{) 168}$$

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

7

$$336 = 2^4 \times 3 \times 7$$

3. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

4. 196 을  $a^m \times b^n$  으로 소인수분해하였을 때,  $a + b + m + n$  의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서  $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

5. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 24

⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

6. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로  $2 \times 3 \times 5 = 30$

7.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

8. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수  $b$  의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를  $a$  라 할 때,  $140 \times a$  의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

### 해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는  $5 \times 7 \times x^2$  ( $x^2$  은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수  $a = 5 \times 7 = 35$  이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

9.  $540 \times a = b^2$  일 때,  $a$  의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단,  $a, b$  는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

#### 해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로 곱할 수 있는 수는  $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$  의 꼴이다.

따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 1^2 = 15$  이고,

곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 2^2 = 60$  이다.

10. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024

② 1280

③ 1440

④ 1680

⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

11. 자연수  $\frac{540}{n}$  이 자연수의 제곱이 된다고 할 때,  $n$  이 될 수 있는 것을 고르면?

① 15, 60, 135, 540

② 5, 60, 180, 540

③ 5, 45, 180, 270

④ 3, 15, 90, 270

⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5,$$

$\frac{540}{n}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수  $n$  은

$n = 3 \times 5, n = 2^2 \times 3 \times 5, 3^3 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5$  이다.

12. 24 에 가장 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a + b$  의 값은?

① 2

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

13.  $48 \times x = y^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{y}$  의 값은?

① 3

② 4

③  $\frac{2}{3}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은  $x = 3$ ,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

14.  $2^a \times 3^b \times 5^2$  에  $\frac{2}{3^2}$  을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한  $a, b$  중 가장 작은 자연수를  $a, b$  라고 할 때,  $a + b$  는?

① 3

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \frac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$  에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수  $a, b$  는  $a = 1, b = 2$  이다. 따라서  $a + b = 1 + 2 = 3$  이다.

15. 다음 중  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수가 아닌 것은?

①  $5 \times 2^3$

② 80

③  $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면  $80 = 2^4 \times 5$  이다.  $2^4$  은  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면  $125 = 5^3$  이므로  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면  $225 = 3^2 \times 5^2$  이므로  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수이다.

16. 다음 중 100 의 약수는?

① 30

②  $5^2 \times 7^2$

③ 80

④  $2^2 \times 5^2$

⑤  $2^3 \times 5 \times 7$

해설

100 을 소인수분해하면  $100 = 2^2 \times 5^2$  이다. 이때  $2^2$  의 약수는 1, 2,  $2^2$  이고,  $5^2$  의 약수는 1, 5,  $5^2$  이다. 다음 표와 같이  $2^2$  의 약수와  $5^2$  의 약수를 각각 곱하면 100 의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 이다.

| $\times$ | 1                   | 2                   | $2^2$                  |
|----------|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1        | $1 \times 1 = 1$    | $1 \times 2 = 2$    | $1 \times 2^2 = 4$     |
| 5        | $5 \times 1 = 5$    | $5 \times 2 = 10$   | $5 \times 2^2 = 20$    |
| $5^2$    | $5^2 \times 1 = 25$ | $5^2 \times 2 = 50$ | $5^2 \times 2^2 = 100$ |

17. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

①  $19^3 \times 31$

②  $2 \times 5^4$

③  $3^2 \times 7 \times 11$

④  $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤  $19^9$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

②  $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$  (개)

③  $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$  (개)

④  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$  (개)

⑤  $9 + 1 = 10$  (개)

18. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

①  $2^2 \times 3^3$

② 24

③  $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤  $3^4 \times 7^3$

해설

①  $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$  (개)

②  $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

③  $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$  (개)

④  $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$  (개)

⑤  $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4 + 1) \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$  (개)

19.  $3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$  (개)  
즉,  $3 \times (a + 1) = 12$  이므로  $a = 3$  이다.

20. 자연수 135 의 약수의 개수와  $3 \times 5^n \times a^m$  의 약수의 개수가 같을 때,  $n + m$  의 값은? (단,  $m, n$  은 자연수이고,  $a \neq 3, 5$  인 소수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1 + 1) \times (n + 1) \times (m + 1) = 8, n = 1, m = 1$$

$$\text{그러므로 } n + m = 1 + 1 = 2$$

21. 약수의 개수가 36 개이고,  $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$  으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단,  $x, y, z$  는 자연수)

- ① 3 개      ② 6 개      ③ 9 개      ④ 12 개      ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$  으로 3 개이다.

22.  $2^3 \times \square$  의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중  $\square$  안에 들어갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 16

해설

②  $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$  이므로 약수의 개수는  $5 + 1 = 6$  (개)이다.

④  $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$  이므로 약수의 개수는  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개)이다.

23.  $A = 3^5 \times \square$  의 약수가 18 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면  $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

24. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는  
1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로  
자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다.  
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면  
 $13^2 = 169 < 200$  이고  $17^2 = 289 > 200$  이므로  
200 이하인 소수의 완전제곱수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$  이다.

25.  $a$  가 자연수일 때,  $f(a)$  는  $a$  의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.  
 $x$  는 1 이상이고 150 이하이고,  $f(x) = 3$  일 때,  $x$  의 값의 개수는?

① 6 개

② 5 개

③ 4 개

④ 3 개

⑤ 2 개

해설

$f(x) = 3$  에서 약수의 개수가 3 개인 수는  
(소수)<sup>2</sup> 이므로

150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$  의 5 개