

1. 다음 중  $x$  에 관한 이차방정식인 것은?

①  $2x - 1 = 0$

②  $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③  $x^2 + x = x^2 - 1$

④  $3x = x^2 + x - 1$

⑤  $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  꼴이어야 한다.

①  $2x - 1 = 0$  : 일차방정식

②  $2x - 5 = 0$  : 일차방정식

③  $x + 1 = 0$  : 일차방정식

⑤  $2x - 1 = 0$  : 일차방정식

2.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이  $a$ 일 때,  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 6

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

3. 다음 중  $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

①  $x - 2 = 0$  또는  $x + 6 = 0$     ②  $x + 2 = 0$  또는  $x - 6 = 0$

③  $x - 2 = 0$  또는  $x - 6 = 0$     ④  $x + 3 = 0$  또는  $x - 4 = 0$

⑤  $x + 3 = 0$  또는  $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

4. 이차방정식  $2x^2 + ax + b = 0$  의 해가  $x = -2$  또는  $x = 4$  일 때,  $\frac{b}{a}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + ax + b = 0 \text{ 의 해가} \\ & x = -2 \text{ 또는 } x = 4 \text{ 이므로} \\ & 2(x+2)(x-4) = 0 \\ & 2(x^2 - 2x - 8) = 0 \\ & 2x^2 - 4x - 16 = 0 \\ & \therefore a = -4, b = -16 \\ & \frac{b}{a} = \frac{-16}{-4} = 4 \end{aligned}$$

5. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $x^2 - 4 = 0$
- ㉡  $x^2 = 8x - 16$
- ㉢  $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉣  $x^2 = 0$
- ㉤  $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

증근을 갖는 이차방정식은  $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.  
㉡  $x^2 = 8x - 16 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$   
 $\therefore x = 4$  (증근)  
㉣  $x^2 = 0$   
 $\therefore x = 0$  (증근)  
㉤  $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$   
 $(2x + 1)^2 = 0$   
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$  (증근)

6. 이차방정식  $x(x-6) = a$  가 중근을 가질 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① -9      ② -6      ③ 0      ④ 6      ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

7. 이차방정식  $5x^2 + 4\sqrt{3}x - 10 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -74

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -\frac{4\sqrt{3}}{5}, \quad \alpha\beta = -2$$

$$\begin{aligned} \therefore 25\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) &= 25\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right) \\ &= 25\left\{\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\} \\ &= -74 \end{aligned}$$

8. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답:         cm

▷ 정답: 3cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를  $x$ cm라고 하면

$$(x+3)^2\pi = 4x^2\pi$$

$$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$3(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3(\text{cm}) (\because x > 0)$$

9. 이차방정식  $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이  $x = -2$ 이고,  $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이  $x = -1$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에  $x = -2$ 를 대입하면,  
 $4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$   
 $x^2 + 3x + b = 0$ 에  $x = -1$ 을 대입하면,  
 $1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$   
 $\therefore ab = 2$

10.  $x$ 에 관한 이차방정식  $3mx^2 - 13mx - m + n = 0$ 의 한 근이 4일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단,  $m \neq 0$ )

▶ 답:

▷ 정답:  $x = \frac{1}{3}$

해설

주어진 식에  $x = 4$ 를 대입하면

$$48m - 52m - m + n = 0$$

$$n - 5m = 0 \quad \therefore n = 5m$$

$$3mx^2 - 13mx + 4m = 0$$

$$m(3x^2 - 13x + 4) = 0$$

$$(x-4)(3x-1) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

11. 이차방정식  $(3x-2)^2 = 5$  의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{4}{3}$

해설

$$(3x-2)^2 = 5$$

$$3x-2 = \pm\sqrt{5}$$

$$3x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{3}$$

따라서 두 근의 합은  $\frac{4}{3}$  이다.

12. 이차방정식  $2x^2 + Ax + B = 0$  의 근이  $-5 \pm \sqrt{23}$  일 때, 유리수  $A, B$  의 값은?

①  $A : 20, B : 4$       ②  $A : 20, B : 5$       ③  $A : 10, B : 4$

④  $A : 10, B : -5$       ⑤  $A : 10, B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$  을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면  $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$$\therefore A = 20, 400 - 8B = 368, B = 4$$

13. 이차방정식  $x^2 + 2x - 8 = 0$  의 두 근의 합과 곱이  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근일 때,  $a + b$  의 값은?

- ① -8      ② -2      ③ 10      ④ 16      ⑤ 26

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은  $-2$ , 두 근의 곱은  $-8$  따라서  $-2, -8$  이  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근이다.  
두 근의 합  $-a = -10$ , 두 근의 곱  $b = 16$   
 $a = 10, b = 16 \therefore a + b = 26$

14. 이차방정식  $2x^2 + (a-1)x + 24 = 0$  의 두 근이 모두 양수이고, 한 근이 다른 한 근의 3 배일 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -15

해설

두 근을  $\alpha, 3\alpha$  로 놓으면

$$\alpha \times 3\alpha = \frac{24}{2} \therefore \alpha = 2 (\because \alpha > 0)$$

$$\alpha + 3\alpha = -\frac{a-1}{2} = 8$$

$$\therefore a = -15$$

15. 책을 1장 찢어서 보이는 두 쪽수의 곱이 210 이었을 때, 두 쪽의 합을 구하여라.

▶ 답: 쪽

▷ 정답: 29 쪽

해설

두 쪽수를  $x, x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 210$$

$$x^2 + x - 210 = 0$$

$$(x + 15)(x - 14) = 0$$

$x > 0$  이므로  $x = 14$  (쪽)

따라서 두 쪽의 쪽수는 14, 15 이므로 합은  $14 + 15 = 29$ (쪽)

이다.

16. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m라 할 때,  $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초    ② 6 초    ③ 7 초    ④ 8 초    ⑤ 9 초

해설

$$10 + 30t - 5t^2 = 10$$

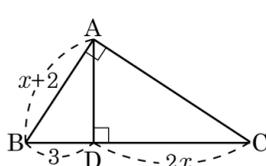
$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 6 (\because t > 0)$$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

17. 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 는  $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



점 D가 점 A에서 변  $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때,  $x$ 의 값은?

- ①  $1 + \sqrt{3}$       ②  $1 + \sqrt{5}$       ③  $1 + \sqrt{6}$   
④  $2 + \sqrt{3}$       ⑤  $2 + \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= 3 \cdot (3+2x) \\ x^2 + 4x + 4 &= 9 + 6x \\ x^2 - 2x - 5 &= 0 \\ x &= 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)\end{aligned}$$

18. 이차방정식  $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$  의 근이 실수일 때, 실수  $a+b+2$  의 값을 구하면?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

근이 실수이면  $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$$

$a, b$  는 실수이므로  $a+b+1=0$

$$\therefore a+b+2=1$$

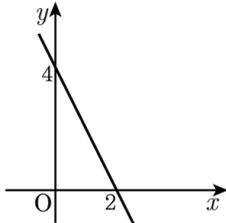
19. 이차방정식  $x^2 + (m-4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha < 0$ 이면  $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha > 0$ 이면  $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든  $m$ 의 값의 곱은 0보다 작다.

**해설**

두 근을  $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면  
 $\alpha(\alpha - 3) = 40$   
 $\alpha = 8$  또는  $\alpha = -5$   
따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.  
두 근의 합은  $13 = 4 - m, m = -9$  또는  $-13 = 4 - m, m = 17$   
따라서 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 8이다.

20.  $y + ax + b = 0$  의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2                      ② -2                      ③  $\sqrt{5}$   
 ④  $2\sqrt{5}$                   ⑤  $-2\sqrt{5}$

**해설**

두 점  $(0, 4)$ ,  $(2, 0)$  을  $y + ax + b = 0$  에 각각 대입하면  $a = 2$ ,  $b = -4$   
 $\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$   
 두 근의 합은  $-2$  이고 곱은  $-4$  이다.  
 이차방정식의 두 근을  $\alpha$ ,  $\beta$  라고 하면,  
 두 근의 차  $|\alpha - \beta|$  는  
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$  에서  
 $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$  이므로  
 두 근의 차는  
 $\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

21. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이  $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이  $x = 2 \pm \sqrt{6}$ 이 나왔다. 이 때,  $ab$ 의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 1      ④ 2      ⑤ 4

**해설**

근과 계수와의 관계에 의해  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두근의 합은  $-a$ , 두 근의 곱은  $b$ 이다.

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1 = b$$

한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은

$$(2 + \sqrt{6}) + (2 - \sqrt{6}) = -a$$

$$\therefore a = -4, b = -1$$

$$\therefore ab = 4$$

**해설**

소연이 풀 식은

$$\{x - (1 + \sqrt{2})\} \{x - (1 - \sqrt{2})\} = 0$$

소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항  $b =$

$$(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = -1$$

소희가 풀 식은

$$\{x - (2 + \sqrt{6})\} \{x - (2 - \sqrt{6})\} = 0$$

소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는

$$a = -2 + \sqrt{6} - 2 - \sqrt{6} = -4$$

따라서, 처음 이차방정식은  $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\therefore ab = 4$$

22. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면, 12km 를 올라가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▷ 정답: 3 시간

해설

배가 강을 따라 오를 때의 속력을  $x$ km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

$x$  는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서  $x = 4$  이다.

$$\therefore \frac{12}{4} = 3(\text{시간})$$

23. 이차방정식  $ax^2 + bx + ca = -b$  가  $a$  의 값에 관계없이 항상  $x = 1$  을 근으로 가질 때,  $bc$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$  을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

$a$  에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이  $a$  의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$  이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

24.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - ax + 3x - 3a = 0$  과  $2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$  이 공통근을 가질 때,  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $-4 < a < 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x^2 - ax + 3x - 3a = 0$$

$$(x+3)(x-a) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = a$$

$$2x^2 - 2ax + 3x + a - 2 = 0$$

$$(x-a+2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = a-2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

$$(i) a = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}$$

$$(ii) a-2 = -3 \text{ 일 때, } a = -1$$

$$(iii) a = a-2 \text{ 일 때, 해는 없다.}$$

따라서  $-4 < a < 0$  이므로  $a = -1$  이다.

25. 이차방정식  $x^2 + kx - 14k = 0$  의 두 근이 모두 정수일 때,  $k$  의 값을 구하여라.(단,  $k$  는 소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

이차방정식  $x^2 + kx - 14k = 0$  에서

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 + 56k}}{2} \text{ 에서}$$

두 근이 정수이기 위해서는  $k^2 + 56k = m^2$  ( $m$  은 정수) 이어야 한다.

$$\text{즉, } m^2 = k(k + 56)$$

여기서  $m^2$  은  $k$  의 배수이고  $k$  는 소수이므로  $m$  은  $k$  의 배수이다.

따라서  $m = ka$  ( $a$  는 정수) 라고 하면  $(ka)^2 = k(k + 56)$  이므로

$$k^2 a^2 - k^2 = 56k$$

$$k(a^2 - 1) = 56, k(a + 1)(a - 1) = 56$$

이때,  $k$  는 소수,  $a + 1$  과  $a - 1$  의 차가 2 이므로

$$\begin{aligned} k(a + 1)(a - 1) &= 56 \\ &= 7 \times 4 \times 2 \\ &= 7 \times (-4) \times (-2) \end{aligned}$$

$$\therefore k = 7$$