

1. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $x = -1$ 에서 최댓값 7 을 갖고, $f(2) = -2$ 를 만족할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 3

② 7

③ 11

④ -3

⑤ -5

해설

$$f(x) = a(x + 1)^2 + 7, f(2) = -2$$

$$\Rightarrow 3^2 \times a + 7 = -2, a = -1$$

$$\therefore f(x) = -(x + 1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6$$

$$\text{따라서 } a + b + c = 3$$

2. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

3. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

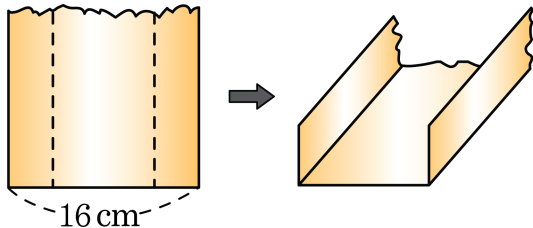
해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x + a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

4. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

높이를 x cm, 넓이를 y cm² 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(16 - 2x) \\ &= -2x^2 + 16x \\ &= -2(x^2 - 8x + 16) + 32 \\ &= -2(x - 4)^2 + 32 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

5. 지면으로부터 초속 20m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면, $h = 20t - 5t^2$ 인 관계식이 성립한다. 물체가 가장 높이 올라갔을 때 걸린 시간과 그때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▷ 정답: 2초

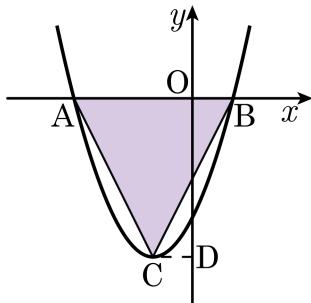
▷ 정답: 20m

해설

$$h = 20t - 5t^2 = -5(t - 2)^2 + 20$$

따라서 $t = 2$ 일 때, 최댓값 20을 갖는다.

6. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

7. $-1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 1$ 의 최소값이 -8 일 때, 모든 실수 a 의 값의 합은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$f(x) = x^2 + 2ax + 1 = (x+a)^2 + 1 - a^2$ 에서 꼭지점의 x 좌표는 $-a$ 이다.

(i) $-a < -1$, 즉 $a > 1$ 일 때, $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(-1) = 2 - 2a = -8$

$\therefore a = 5$

(ii) $-1 \leq -a < 2$, 즉 $-2 < a \leq 1$ 일 때, $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(-a) = 1 - a^2 = -8$, $a^2 = 9$

$\therefore a = \pm 3$

$-2 < a \leq 1$ 이므로 a 의 값은 존재하지 않는다.

(iii) $-a \geq 2$, 즉 $a \leq -2$ 일 때, $-1 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(2) = 5 + 4a = -8$

$\therefore a = -\frac{13}{4}$

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 $5 + \left(-\frac{13}{4}\right) = \frac{7}{4}$