

1. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

2. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(m, 4)$ 을 지난다고 한다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : -3

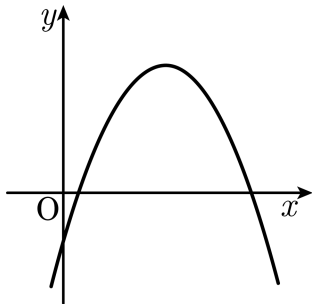
해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = 4(x + 2)^2$ 이고, 점 $(m, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 4(m + 2)^2$$

$$\therefore m = -1 \text{ 또는 } m = -3$$

3. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호는?



① $a < 0, b > 0, c < 0$

② $a > 0, b < 0, c > 0$

③ $a < 0, b < 0, c > 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$

따라서 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$

따라서 $c > 0$

4. 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -3$

② $(x-1)^2 = 3 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

③ $-3x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$ 또는 $x = -2$

⑤ $\frac{1}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ 또는 $x = 1$

해설

① $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

5. $(x^2 - 2x)^2 - (x^2 - 2x) - 6 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$x^2 - 2x = A$ 로 놓으면

$$A^2 - A - 6 = 0$$

$$(A - 3)(A + 2) = 0$$

$$A = 3 \text{ 또는 } A = -2$$

$$(i) \quad x^2 - 2x = 3, \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$(ii) \quad x^2 - 2x = -2, \quad x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4 < 0 \text{ 이므로 해는 없다.}$$

6. 이차방정식 $2x^2 - (a+1)x + 8 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$D = (a+1)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 - 64 = 0, a^2 + 2a - 63 = 0$$

$$(a-7)(a+9) = 0$$

$$\therefore a = 7 (\because a > 0)$$

7. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

① 64

② 81

③ 100

④ 121

⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$$x^2 = 2x + 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

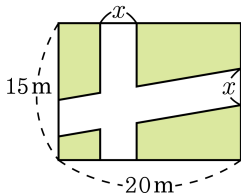
$$(x - 11)(x + 9) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -9$$

x 는 자연수이므로 11

$$x^2 = 11^2 = 121 \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림과 같이 가로 20 m, 세로 15 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



① 3 m

② 4 m

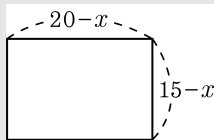
③ 5 m

④ 6 m

⑤ 7 m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면

$$(20 - x)(15 - x) = 176$$

$$x^2 - 35x + 124 = 0$$

$$x = 31 \text{ 또는 } x = 4$$

$$x < 15 \text{ 이므로 } x = 4$$

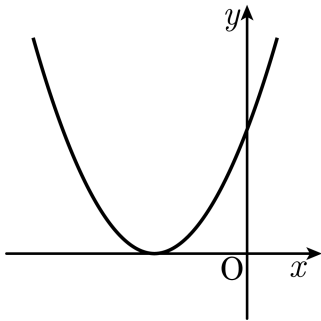
9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)

- ① x 축에 대하여 대칭이다
- ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
- ③ y 의 값의 범위가 $y \leq 0$ 이다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

해설

- ① y 축에 대해 대칭이다.
- ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
- ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \leq 0$
- ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

10. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $a < 0$ ② $aq < 0$ ③ $a + p < 0$
 ④ $pq = 0$ ⑤ $a - p + q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있고 원점을 기준으로 왼쪽에 있으므로 $p < 0, q = 0$ 이다.

- ① $a > 0$
 ② $aq = 0$
 ③ 알 수 없다.

11. 다음 중 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ② $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ③ $y = -(x - 5)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
- ④ $y = -(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(3, 1)$ 이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② $y = -2(x + 2)^2$ 은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

12. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $y = 3(x - 2)^2$ 전개하면

$$y = 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$y = 3x^2 - 12x + 12$$

$$a = 3, b = -12, c = 12$$

$$\therefore a - b + c = 3 + 12 + 12 = 27$$

13. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ -3

④ -5

⑤ -8

해설

$$y = (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

$$m = -3, n = -8$$

$$\therefore m - n = 5$$

14. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$$

16. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

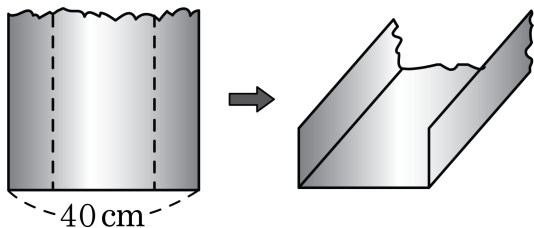
해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\&= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\&= -(a + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

m 의 최댓값 : -4

17. 너비가 40cm 인 양철판을 구부려서 ‘ㄷ’자 모양의 물받이를 만들었다. 물받이의 단면적의 넓이가 최대가 되는 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

양철판의 높이를 x cm 라고 두고 단면적의 넓이를 y cm² 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x^2 - 20x + 100) + 200 \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 최댓값 200 을 가진다.

18. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

19. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^2 - n^2$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{5}$

해설

$$m + n = 3, mn = 1$$

$$m - n = \sqrt{(m + n)^2 - 4mn} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$m^2 - n^2 = (m + n)(m - n) = 3\sqrt{5}$$

20. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > \left| -\frac{1}{2} \right|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

22. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

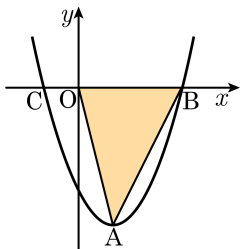
① 16

② 8

③ 12

④ 6

⑤ 10



해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 $(1, -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

23. $[x]$ 는 자연수 x 의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $[x]^2 - [x] - 2 = 0$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 20 이하인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$$[x]^2 - [x] - 2 = ([x] - 2)([x] + 1) = 0$$

$$\therefore [x] = 2 \text{ 또는 } [x] = -1$$

그런데, $[x] \neq -1$ 이므로 $[x] = 2$

양의 약수가 2개인 것은 소수이므로,

20 이하의 소수를 구하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

$\therefore$ 8 개

24. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

25. 권당 90000 원인 책을 100 권까지는 정가에 팔고, 101 권부터는 판매량이 1 권씩 증가할 때마다 200 원씩 할인해서 판다고 할 때, 총 판매금액이 최대가 될 때의 권당 판매 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 55000 원

해설

판매량을 x 권이라 하면

(1) $x \leq 100$ 일 때

$$(\text{총 판매 금액}) = 90000 \times x = 90000x$$

따라서 $x = 100$ 일 때, 총 판매금액의 최댓값은 9000000 원이다.

(2) $x > 100$ 일 때

$$(\text{판매가}) = 90000 - 200(x - 100) = 110000 - 200x$$

$$\begin{aligned} (\text{총 판매 금액}) &= x(110000 - 200x) \\ &= -200x^2 + 110000x \\ &= -200(x - 275)^2 + 15125000 \end{aligned}$$

따라서 판매권수가 $x = 275$ 일 때, 총 판매 금액의 최댓값은 15125000 원이다.

(1), (2)에 의하면 판매량이 275 권일 때, 총 판매금액이 15125000 원이고,
이때의 판매가는 한 권당 55000 원이다.