

1. 다음 중 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 2$

㉡ $xy = 10$

㉢ $y = x^2 - 1$

㉣ $y = \frac{1}{x^2} + 2x - 3$

㉤ $y = -2x^2 + 3x + 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ 상수함수

㉡ $y = \frac{10}{x}$ 분수함수

㉣ 분수함수

2. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ 에서 $f(-1) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

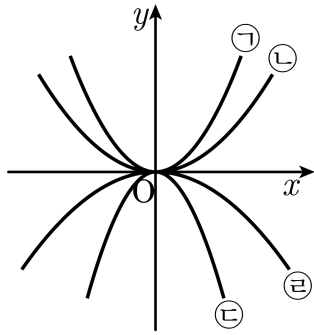
해설

$$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \times (-1) + 4 = 0$$

$$f(5) = -5^2 + 3 \times 5 + 4 = -6$$

$$\therefore f(-1) + f(5) = -6$$

3. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 작은 것을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서, a 의 값이 가장 작은 것은 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

4. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$, $f(4) = -8$ 이므로

$$-8 = a \times 4^2, \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

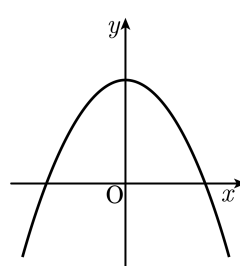
$$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$$

$$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$$

5. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?

- ① $a < 0, b > 0$ ② $a > 0, b > 0$
③ $a > 0, b < 0$ ④ $a < 0, b = 0$
⑤ $a < 0, b < 0$



해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a < 0, b > 0$ 이 옳다.

6. 이차함수 $y = \frac{3}{5}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하면, 점 $(9, k)$ 를 지날 때, k 의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$
이므로 $y = \frac{3}{5}(x-4)^2$ 이고, x 의 값이 9 이므로 대입하면 $y = 15$
이다. 따라서 $k = 15$ 이다.

7. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어 지는 것은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$ ② $y = 2x^2$ ③ $y = -2x^2 + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

8. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 2$ 일 때, $y = 8$ 이다. x 의 값이 1에서 4까지 3만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$y = ax^2$ 에서

$8 = a \times 2^2, a = 2$

$\therefore y = 2x^2, f(1) = 2, f(4) = 32$

따라서 y 의 값의 증가량은 $32 - 2 = 30$ 이다.

9. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $x = -1, (1, 3)$

② $x = -1, (-1, 0)$

③ $x = 1, (-2, 3)$

④ $x = 1, (1, 3)$

⑤ $x = 1, (1, 0)$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

따라서 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 + 6x + 5$ 의 그래프의 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$
따라서 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

11. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x - 1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -3(x + 2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

12. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

- ① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4 ② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4
③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4 ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4
⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$y = -x^2 + 4x$
 $= -(x - 2)^2 + 4$
따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 + k$$

최솟값은 $-8 + k$

$$y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$$

$$= -2(x - 1)^2 + 4 - 2k$$

최댓값은 $4 - 2k$

$$-8 + k = 4 - 2k$$

$$\therefore k = 4$$

14. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

15. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

16. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 에서 $f(2) = 1$, $f(-1) = -2$
 $\therefore f(2) + f(-1) = -1$

17. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 점 $(3, 2)$ 를 지난다고 한다.
이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

점 $(3, 2)$ 를 지나므로 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면 $2 = 3^2 + 3 - a$, $12 - a = 2 \therefore a = 10$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.

따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$12 = 3 \times k^2, k^2 = 4$

따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

19. x 축에 대해 서로 대칭인 그래프를 모두 고르면?

① $y = -2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

20. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

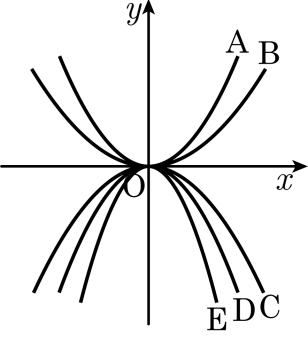
㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$
㉤ $y = -3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$	㉦ $y = 2x^2$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉦

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉢ 또는 ㉢, ㉥이다.

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 절댓값이 가장 큰 것은?



- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

y 축에 가까울수록 a 의 절댓값이 크다.

22. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(-3, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값은?

① -11 ② -8 ③ -7 ④ 4 ⑤ 7

해설

$y = -x^2 - 2$
 $(-3, a)$ 를 지나므로
 $a = -9 - 2$
 $\therefore a = -11$

23. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

24. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = -x^2$	㉡ $y = 4x^2$	㉢ $y = -\frac{3}{2}x^2$
㉤ $y = -4x^2$	㉥ $y = \frac{3}{2}x^2$	㉦ $y = -2x^2$
㉧ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉨ $y = \frac{2}{3}x^2$	

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 2 쌍

해설

㉡와 ㉤, ㉢와 ㉦

25. 다음 이차함수 중에서 꼭짓점이 제3 사분면에 있는 것은?

① $y = -(x - 2)^2 + 1$

② $y = (x - 1)^2 + 2$

③ $y = -(x - 2)^2 - 3$

④ $y = 2(x + 3)^2 - 5$

⑤ $y = -2(x + 3)^2 + 1$

해설

④ $(-3, -5)$ 이므로 제 3사분면에 있다.

26. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6 ② 2 ③ -2 ④ -4 ⑤ -6

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$
 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
 $y = (x - 2 - 2)^2 - 3$
따라서 $y = (x - 4)^2 - 3$
 $(3, m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

27. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

28. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

② $y = 3x^2$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

29. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 - 8$ 의 y 절편으로 알맞은 것을 고르면?

① 6

② 7

③ 9

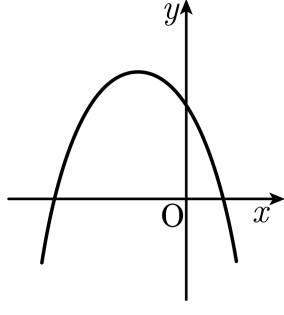
④ 10

⑤ 12

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 의 값이므로
 $2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$

30. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$
- ② $a < 0, p < 0, q < 0$
- ③ $a > 0, p < 0, q < 0$
- ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
- ⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

31. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = a(x - 1)^2 + 5$$

점 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

32. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2, -6)$, 대칭축의 방정식 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, -10)$ 인 이차함수는?

① $y = x^2 - 2x - 3$

② $y = x^2 - 4x + 5$

③ $y = -x^2 - 2x + 3$

④ $y = -x^2 + 4x - 10$

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.

$$a = -1$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 10$$

33. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

34. 점 $(k, 2)$ 가 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있을 때, k 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

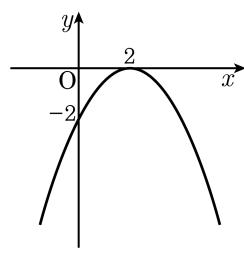
해설

$(k, 2)$ 를 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대입하면 $2 = \frac{1}{2}k^2$

$k^2 = 4 \quad \therefore k = \pm 2$

35. 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 해는?

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$
④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$



해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이므로 $b = 2$ 이다.

$y = a(x-2)^2$ 이 점 (0, -2) 를 지나므로

$$-2 = a(0-2)^2$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$ax^2 + bx - 2 = 0$ 에 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ 를 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

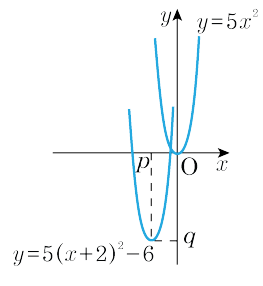
$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

36. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, $p + q$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ -4
 ④ -8 ⑤ 12



해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = 5(x + 2)^2 - 6$ 이므로 $p = -2$, $q = -6$ 이다. 따라서 $p + q = -8$ 이다.

37. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

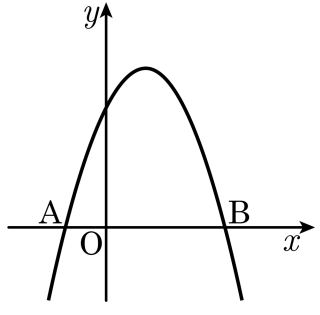
주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

38. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
 - ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
 - ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
 - ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
 - ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

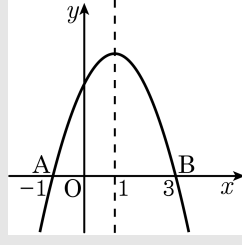
$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$
① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

39. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



- ① 3 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설



$y = -x^2 + 2x + k = -(x - 1)^2 + 1 + k$
 대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 A(-1, 0), B(3, 0)
 $\therefore y = -(x + 1)(x - 3) = -x^2 + 2x + 3$
 따라서, $k = 3$ 이다.

40. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = (x - 1 + 1)^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$$

따라서 최솟값은 -1 이다.

41. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3 \\ -a - 3 &= -4 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

42. 합이 20 인 두 수의 곱이 최대가 될 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 10

해설

두 수를 각각 x , $20 - x$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - x) \\ &= -x^2 + 20x \\ &= -(x - 10)^2 + 100 \end{aligned}$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값 100을 갖는다.

$\therefore x = 10, 20 - x = 10$

따라서 두 수는 10, 10

43. 가로와 세로의 길이가 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$$y = x \times (12 - x)$$

$$= -x^2 + 12x$$

$$= -(x^2 - 12x + 36) + 36$$

$$= -(x - 6)^2 + 36$$

따라서 36이 최댓값이다.

44. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

45. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

46. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ -5 ④ -1 ⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

47. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

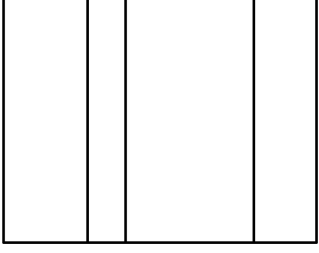
$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

48. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

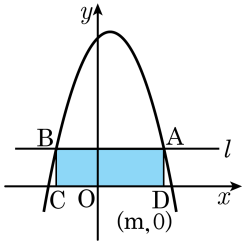
세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

49. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{31}{4}$
- ③ 10
- ④ $\frac{49}{4}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$

($\square ABCD$ 둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

50. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

- ① 1 초, 3 초 ② 2 초, 4 초 ③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초 ⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
 $y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x - 2)^2 + 80$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
 $0 = -5x^2 + 20x + 60$
 $-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $-5(x - 6)(x + 2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.