

1. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = 2x + 3$

② $xy = 5$

③ $y = x(x + 3) - x^2$

④ $y = x^2 + 2x$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} - 2x$

해설

① 일차함수

② $y = \frac{5}{x}$ 이므로 이차함수가 아니다.

③ $y = 3x$ 이므로 일차함수

⑤ $y = \frac{1}{x^2} - 2x$ 가 x 에 관한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 3$

③ $f(1) = 3$

④ $f(2) = 5$

⑤ $f(-2) = 4$

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 \times 1 - 1 = 3$$

3. 이차함수 $y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{5}$

해설

$y = \frac{4}{5}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 1)$ 를 지나므로

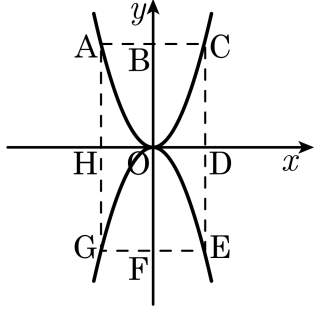
$$a^2 - 1 = \frac{4}{5}a^2$$

$$\frac{1}{5}a^2 = 1$$

$$a^2 = 5$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{5}$$

4. 다음 그림과 같이 $y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $\overline{AB} = \overline{EF}$ ㉡ $\overline{BO} = \overline{BC}$ ㉢ $\overline{BO} = \overline{FO}$
 ㉣ $\overline{AH} = \overline{DE}$ ㉤ $\overline{HG} = \overline{FE}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = x^2$, $y = -x^2$ 의 그래프는 각각 y 축에 대하여 대칭이고 두 그래프가 서로 x 축에 대하여 대칭이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{GF} = \overline{FE}$, $\overline{AH} = \overline{HG} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{BO} = \overline{FO}$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 넓은 그래프는?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{1}{5}x^2$

③ $y = x^2$

④ $y = 3x^2$

⑤ $y = -2x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

6. 다음의 이차함수 중에서 그래프가 아래로 볼록한 것은?

① $y = -x^2$

② $y = 4x^2$

③ $y = -\frac{1}{4}x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면, 아래로 볼록하다

7. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① y 축에 대하여 좌우대칭이다.
 - ② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.
 - ③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
 - ④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.
- ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

8. 이차함수 $y = (4 - x)(x - 2)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① (1, 1) ② (2, 1) ③ (3, 1) ④ (4, 1) ⑤ (5, 1)

해설

$$\begin{aligned} y &= (4 - x)(x - 2) = 4x - 8 - x^2 + 2x \\ &= -x^2 + 6x - 8 = -(x^2 - 6x) - 8 \\ &= -(x - 3)^2 + 1 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (3, 1) 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + mx + n \\ &= (x - 3)^2 - 7 \\ &= x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

$$m = -6, n = 2$$

$$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$$

10. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(3, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 $(3, a)$ 를 대입하면

$$a = 2 \times 3^2 - 3,$$

$$\therefore a = 15$$

11. $y = k(k+1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

12. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + 1 \\ &= -2(x - 1)^2 + 3 \\ x = 1 \text{ 일 때, 최댓값 } 3 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

13. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

14. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x - 7 \\ &= (x - 2)^2 - 11 \\ x &= 2 \text{ 일 때, 최솟값 } -11 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

15. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

16. 다음 중에서 이차함수인 것은?

① $y = x^2 - (x - 1)^2$

② $y = \frac{1}{x} - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x(x - 2) - 5$

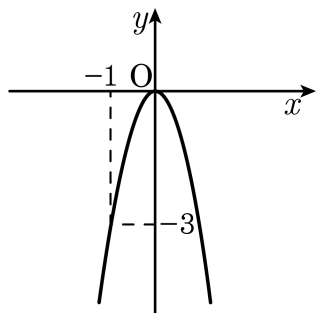
④ $y = \frac{1}{x^2}$

⑤ $y = -3x + 5$

해설

①, ⑤은 일차함수이고, ②, ④은 분모에 x 가 있으므로 이차함수는 ③이다.

17. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x^2$

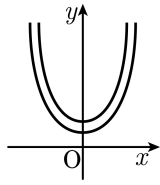
⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

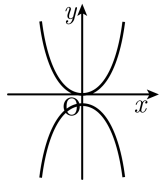
$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2, a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

18. 다음 중 두 그래프가 x 축에 대하여 서로 대칭인 것은?

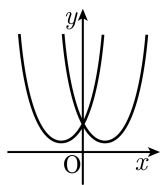
①



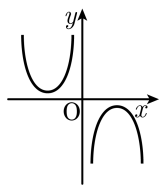
②



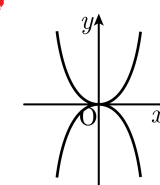
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

19. 다음 중 그 그래프가 위로 볼록하고, 폭이 가장 넓은 이차함수는?

① $y = x^2$

② $y = -\frac{4}{3}x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

따라서 x^2 의 계수가 음수 이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ⑤ 이다.

20. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면

$$y = 2(x - 1)^2$$

점 $(3, m)$ 을 지나므로

$$m = 2(3 - 1)^2$$

$$\therefore m = 8$$

21. 이차함수 $y = (x-3)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축의 음의 방향으로 4 만큼,
 y 축의 양의 방향으로 8 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = (x+4)^2$

② $y = x^2 + 8$

③ $y = (x+1)^2 - 2$

④ $y = (x+1)^2 + 2$

⑤ $y = (x-1)^2 + 2$

해설

$$y = (x-3+4)^2 - 6 + 8$$

$$\therefore y = (x+1)^2 + 2$$

22. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (0, 0)

② (3, 0)

③ (0, 3)

④ (0, 4)

⑤ (0, 7)

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + a$ 의 그래프가 점 (3, 4) 를 지나므로

$$4 = -\frac{1}{3} \times 3^2 + a, a = 7$$

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 7$, 꼭짓점은 (0, 7) 이다.

- 23.** 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

⑦ $y = 4x^2$

$$\textcircled{\text{L}} \quad y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{2} \quad y = -\frac{1}{16}x^2$$

$$\textcircled{\square} \quad y = 2x^2$$

$$\textcircled{\text{H}} \quad y = \frac{1}{2}x^2$$

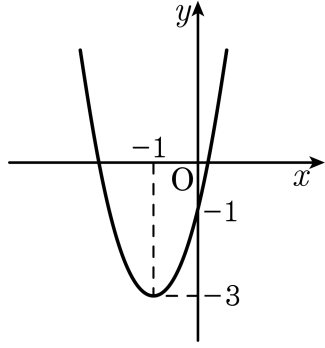
▶ 답: 쌍

▶ 정답 : 1쌍

해설

㉠와 ㉡

24. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$ ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

25. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3\end{aligned}$$

26. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 점(2, -8) 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 2 + m$$

(2, -8) 을 대입하면

$$-8 = -2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 + m$$

$$\therefore m = 4$$

27. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

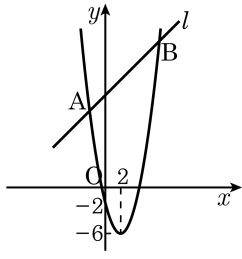
28. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과의 교점의 y 좌표를 구하면?

- ① x 의 좌표 : 2, 0 , y 의 좌표 : 0
- ② x 의 좌표 : -5, -1 , y 의 좌표 : -5
- ③ x 의 좌표 : 1, -3 , y 의 좌표 : $\frac{3}{2}$
- ④ x 의 좌표 : 1, 5 , y 의 좌표 : 5
- ⑤ x 의 좌표 : 0, 2 , y 의 좌표 : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

29. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 A (m , 10), B (7, n) 에서 만날 때, 직선 l 의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 (2, -6), y 절편이 -2 이므로
 $y = a(x-2)^2 - 6$ 에 (0, -2) 를 대입하면

$-2 = 4a - 6, a = 1$ 이다.

$y = (x-2)^2 - 6$ 에 A (m , 10), B (7, n) 을 대입하면

(i) $10 = (m-2)^2 - 6$

$(m-2)^2 = 16, m-2 = \pm 4$

$m < 0$ 이므로 $m = -2$, A (-2, 10)

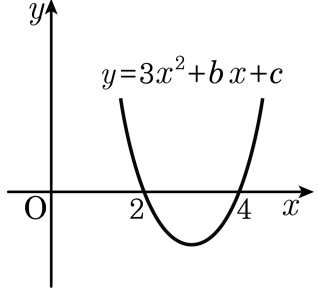
(ii) $n = 25 - 6 = 19$, B (7, 19)

직선의 기울기는 $\frac{10-19}{-2-7} = 1$

$y = x + p$ 에 (-2, 10) 을 대입하면

$10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$

30. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

31. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\&= -(x-1)^2 + 11, \quad M = 11 \\y &= 3x^2 + 6x - 5 \\&= 3(x+1)^2 - 8, \quad m = -8 \\\therefore M + m &= 11 - 8 = 3\end{aligned}$$

32. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$y = -x^2 + 6x + 5$$

$$= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14$$

$$y = 2x^2 - 12x - 4$$

$$= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

33. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

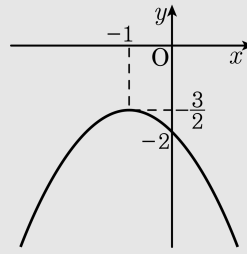
34. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



35. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore k < 2$$

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p < 0, q > 0, a < 0, c < 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나지 않는 사분면은?
- ① 제1 사분면

② 제2 사분면

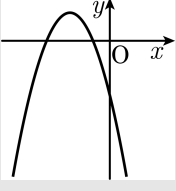
③ 제3 사분면

④ 제4 사분면

⑤ 제1 사분면과 제2 사분면

해설

꼭짓점은 제2 사분면에 있고, y 절편이 음수이고, 위로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제1 사분면을 지나지 않는다.

37. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -6$

$\therefore y = 2x^2 - x - 6$

38. 이차함수 $y = 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6 \\ &= 3(x - a)^2 - a^2 - 4a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -a^2 - 4a + 6 = -(a + 2)^2 + 10$$

$\therefore m$ 의 최댓값 : 10

39. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

40. 합이 30 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

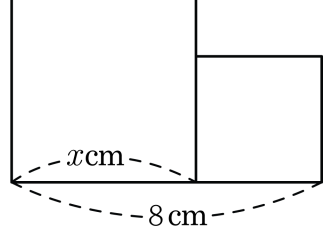
▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 15

해설

두 수를 각각 x , $30 - x$ 라고 하면,
 $y = x(30 - x)$
 $= -x^2 + 30x$
 $= -(x - 15)^2 + 225$
 $x = 15$ 일 때, 최댓값 225 를 가지므로 $30 - x = 15$ 이다.

41. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.



- ① $x = 2, y = 12$ ② $x = 2, y = 14$ ③ $x = 2, y = 16$
④ $x = 4, y = 32$ ⑤ $x = 4, y = 34$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때 $y = 32$ 이다.

42. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때,
부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

43. 지상 40m 높이에서 $v\text{m/s}$ 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 $h\text{m}$ 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 85 m

해설

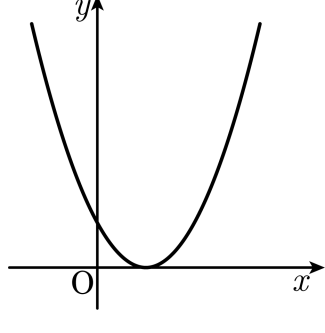
$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

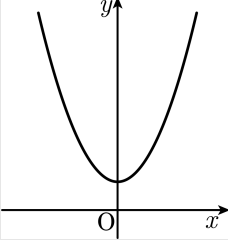
44. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.
 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
 따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



45. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

- ㉠ $1 < |a| < \frac{1}{2}$

㉡ $1 < |a| < \frac{3}{2}$

㉢ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

㉣ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

㉤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
 a 의 절댓값을 각각 구하면
 ㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉣, ㉠, ㉢, ㉤ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
 ㉣ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

46. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$

② $a \leq -\frac{4}{3}$

③ $a < \frac{3}{4}$

④ $a \leq -\frac{4}{3}$

⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.

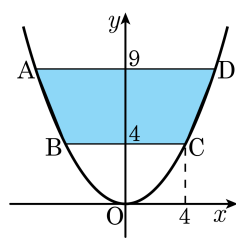
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$$4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

47. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 $C(4, 4)$ 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

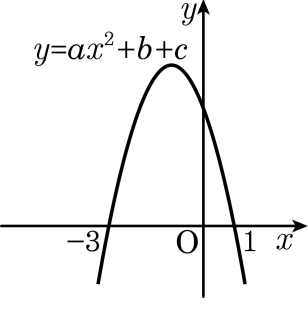
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

48. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

49. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 (3, 2), (-2, -3)을 지나므로,

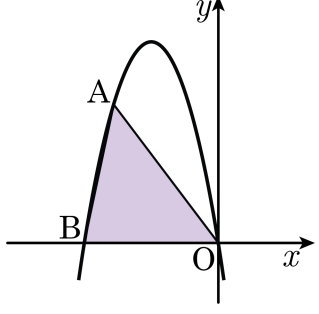
$a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로

$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

50. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.
 따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점 $(0, 0), (-6, 0)$ 을 지나므로,
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$
 $b = -6, c = 0$
 $y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$
 $\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.
 즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로
 $\triangle OAB$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$