1. 다음 중 이차함수가 아닌 것은?

① 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y 이다.

② 자동차가 시속 60km 로 x 시간 동안 달린 거리는 $y$km 이다.

③ 반지름의 길이가 $x$cm 인 원의 넓이는 $y$cm^2 이다.

④ 밑변의 길이가 $2x$cm, 높이가 $3x$cm 인 삼각형의 넓이는 $y$cm^2 이다.

⑤ 학생 x 명에게 연필을 $x-2$ 개씩 나누어 주었을 때, 총 연필의 개수는 y 개이다.

해설

② $y = 60x$ (일차함수)

2. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 4$ 에서 $f(-2) + f(3)$ 의 값은?

① 1 ② 5 ③ 13 ④ 23 ⑤ 33

해설

$f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) + 4 = 4$
$f(3) = 3^2 + 2 \times 3 + 4 = 19$
$\therefore\ f(-2) + f(3) = 4 + 19 = 23$

3. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 것부터 나열하여라.

㉠ $y=\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=-\frac{1}{5}x^2$	㉢ $y=x^2$
㉣ $y=3x^2$	㉤ $y=-2x^2$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

4. 다음은 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 위로 볼록한 포물선이다.

② $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$ 이고, 대칭축은 y 축이다.

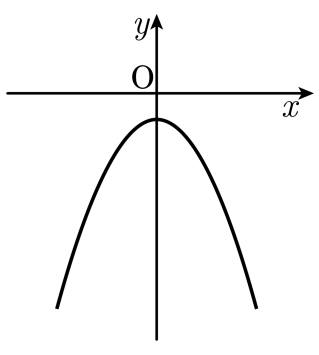
④ 점 $(-1,\ 2)$ 를 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가한다.

해설

④ $2 \neq -2 \times 1^2$

5. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, q 의 부호가 옳은 것은?



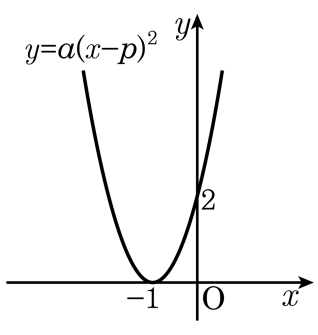
① $a > 0,\ q > 0$ ② $a > 0,\ q < 0$ ③ $a < 0,\ q > 0$

④ $a < 0,\ q < 0$ ⑤ 알 수 없다.

해설

꼭짓점의 좌표는 $(0,\ q)$ 이다. q 는 음수,
위로 볼록이기 때문에 a 는 음수이다.

6. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x-p)^2$ 이라 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = a(x-p)^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이므로 $y = a(x+1)^2$
또 $(0, 2)$ 를 대입하면
$2 = a(0+1)^2$
$\therefore a = 2$

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + bx + 3$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = a(x+2)^2 + c$
$= ax^2 + 4ax + 4a + c$
$= 2x^2 + bx + 3$

$a = 2,\ b = 8, c = -5$

$\therefore a + b + c = 2 + 8 - 5 = 5$

8. 이차함수 $y = -2(x+5)^2 - 4$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 $(a,\ b)$, 축을 $x = c$ 라 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$y = -2(x+5)^2 - 4$ 의 꼭짓점의 좌표는
$(-5, -4) = (a,\ b)$
축은 $x = c = -5$
$\therefore a - b + c = -5 - (-4) + (-5) = -6$

9. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 3$ 일 때, $y = 27$ 이다. x 의 값이 2에서 4까지 2만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$y = ax^2$ 에서

$27 = a \times 3^2,\ a = 3$

$\therefore\ y = 3x^2,\ f(2) = 12,\ f(4) = 48$

따라서 y 의 값의 증가량은 $48 - 12 = 36$ 이다.

10. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$y=-\frac{1}{4}x^2-2x-2 \quad \text{㉠}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x)-2 \quad \text{㉡}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16-2) \quad \text{㉢}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16)-\frac{18}{4} \quad \text{㉣}$$
$$=-\frac{1}{4}(x-4)^2-\frac{18}{4}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

y $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

11. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면　② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면　④ 제 4 사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$-2 < 0$, $-7 < 0$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에

제 1 사분면을 지나지 않는다.

12. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동 시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

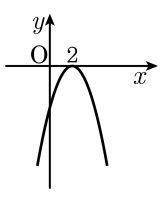
▶ 답:

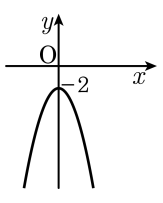
▷ 정답: 19

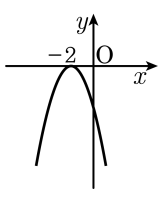
해설

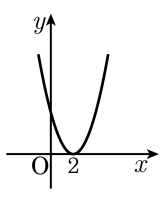
$y = 5x^2 - 1$ 에 $(2, a)$ 를 대입하면
$a = 5 \times 2^2 - 1$,
$\therefore\ a = 19$

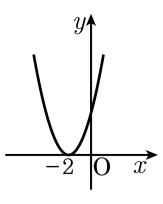
13. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = (x-2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2,\ 0)$ 인 그래프이다.

14. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = 2x^2 + 5$
② $y = 6(x+1)^2$
③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$
④ $y = -3(x-2)^2 + \frac{1}{3}$
⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

15. 이차함수 $y=-x^2+10x-13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+x+1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y=-x^2+10x-13=-(x-5)^2+12$
최댓값 $m=12$
$y=\frac{1}{2}x^2+x+1=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{1}{2}$
최솟값 $n=\frac{1}{2}$
$\therefore mn=12\times\frac{1}{2}=6$

16. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2+1=0$　　② $y=-x^2+5x+2$

③ $y=(x-1)(x+3)-x^2$　　④ $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$

⑤ $y=\frac{2}{5}x^2-\frac{7}{8}$

해설

① $3x^2+1=0$ 은 이차방정식이다.
③ $y=(x-1)(x+3)-x^2=2x-3$ 이므로 일차함수이다.

17. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 $(3,\ 6)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

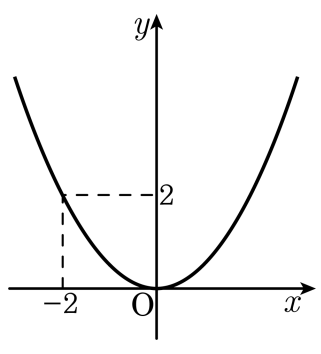
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6,\ 21 - 3a = 6$

$\therefore\ a = 5$

18. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2,\ 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=\frac{1}{4}x^2$ ② $y=\frac{1}{2}x^2$ ③ $y=\frac{3}{4}x^2$
④ $y=\frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y=\frac{5}{4}x^2$

해설

$y=ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 2)$ 를 지나므로

$2=a\times(-2)^2,\quad 4a=2\quad \therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2$ 이다.

19. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

① 원점을 지난다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축에 대하여 대칭이다.

④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

20. 이차함수 $y=(x-1)^2-2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y=(x-1)^2+2$ ② $y=(x+1)^2+2$

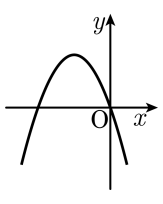
③ $y=(x-1)^2-2$ ④ $y=-(x+1)^2+2$

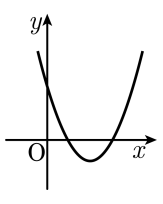
⑤ $y=-(x-1)^2+2$

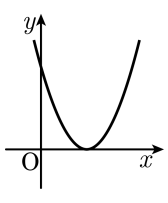
해설

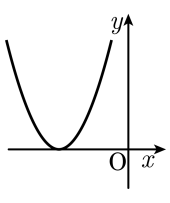
y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y=-(x-1)^2+2$ 이다.

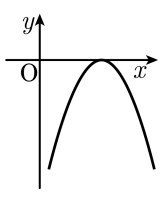
21. $a<0, p>0$ 일 때, 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

이차함수의 그래프 $y=a(x-p)^2$ 에서 $a<0$ 이므로 위로 볼록이다.
또한, 꼭짓점이 $(p,\ 0)$ 이고, $p>0$ 이므로 꼭짓점은 x 축 위에 있으면 원점을 기준으로 오른쪽에 위치한다.
따라서 답은 ⑤번이다.

22. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동시키면

$y = \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4}$

$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$

$= x^2 - x - 4$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$a^2 - a - 4 = -2$

$a^2 - a - 2 = 0$

$(a - 2)(a + 1) = 0$

$\therefore a = 2$ 또는 $a = -1$

23. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$　② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$　④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$ ② $x > -1$ ③ $x < 1$
④ $x > 1$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -x^2 - 2x + 1$
$= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$
$= -(x+1)^2 + 2$
대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

25. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x축과의 교점의 좌표를 $(a,\ 0)$, $(b,\ 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x - 7)(x - 1) = 0$
$\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
$\therefore a + b = 8$

26. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

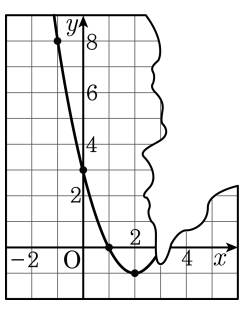
▷ 정답: $k < -5$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 2 + k$
$= -3(x-1)^2 + 5 + k$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0$, $k < -5$ 이다.

27. 다음 그림은 어떤 이차함수의 그래프의 일부분이 찢겨져 나간 것이다. 이 이차함수의 그래프가 점 $(5,\ a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 이차함수의 그래프는 $x = 2$ 를 대칭축으로 갖는다. 따라서 $x = 5$ 와 $x = -1$ 일 때의 y 의 값이 같으므로 $a = 8$ 이다.

28. 이차함수 $y=(x+3)^2-9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -9)$ 이다.

② 대칭축은 $x=-3$ 이다.

③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0,\ 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$　② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$　④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$y = a(x-1)^2 - 2$
$(0,\ 3)$ 을 대입하면
$3 = a(-1)^2 - 2$
$a = 5$
$y = 5(x-1)^2 - 2$
$\therefore\ y = 5x^2 - 10x + 3$

30. 직선 $x=1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0,\ -1),\ (3,\ 5)$를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y=2x^2-4x-1$ ② $y=-2x^2+4x+3$

③ $y=2x^2+4x-5$ ④ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x-1$

⑤ $y=\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+3$

해설

$y=a(x-1)^2+p$ 에 $(0,\ -1)$ 과 $(3,\ 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1=a+p, 5=4a+p$, $a=2$, $p=-3$ 이 된다.
따라서 $y=2x^2-4x-1$ 이다.

31. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$ ② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ ④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$

⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

32. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$
② $y = 3x^2 - 3x - 6$
③ $y = 3x^2 + 6x - 8$
④ $y = 3x^2 - 6x - 8$
⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$

33. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x - 4$는 $x = a$ 일 때 최솟값 b를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8 ② -4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 20

해설

$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} - 4 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{2}$

아래로 볼록하고 꼭짓점이 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 10$

34. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x < 4$

④ $x > 4$ ⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로
$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

35. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선 $y = x + a$ 위에 있으므로

$4 = \frac{1}{2} + a \qquad \therefore a = \frac{7}{2}$

36. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면
$y = a(x-p)^2$ 꼴이 되어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$$
$$= 2(x+1)^2 - 2 + k$$

$\therefore -2 + k = 0, k = 2$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
$D = 4^2 - 8k = 0$
$\therefore k = 2$

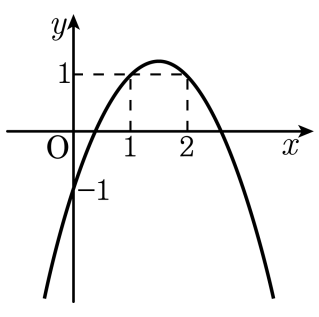
37. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면
$4a+q=-10, a+q=-4$
$\therefore a=-2, q=-2$
$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

38. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?

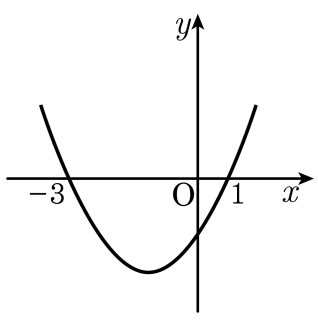


① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.
점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$
점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

39. 이차함수 $y = a(x+p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$
따라서 함수식은 $y = a(x+1)^2 - 2$
$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$
$a = \frac{1}{2}$
$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$

40. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax - 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

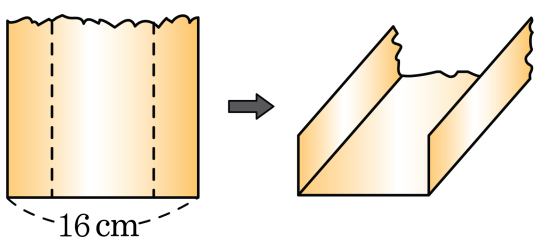
▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = -x^2 + 2ax + 6a = -(x-a)^2 + a^2 + 6a$
$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

41. 다음 그림과 같이 너비가 16cm 인 철판의 양쪽을 접어 직사각형인 물받이를 만들었다. 단면의 넓이를 최대가 되게 하는 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

높이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^2 라고 두면

$y = x(16 - 2x)$

$= -2x^2 + 16x$

$= -2(x^2 - 8x + 16) + 32$

$= -2(x-4)^2 + 32$ 이다.

따라서 $x = 4$ 일 때, 최댓값 32 를 가진다.

42. 가로의 길이가 6cm , 세로의 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 $x$cm 길게 하고 세로의 길이를 $x$cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

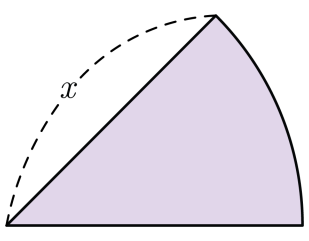
해설

넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= (6+x)(10-x) \\ &= -x^2 + 4x + 60 \\ &= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60 \\ &= -(x-2)^2 + 64 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

43. 둘레의 길이가 12 인 부채꼴에서 반지름의 길이를 x 라 하고, 부채꼴의 넓이를 y 라 할 때, 부채꼴의 넓이를 최대가 되게 할 때, 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 3

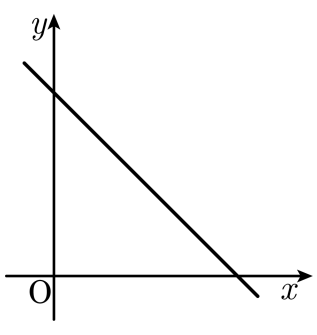
해설

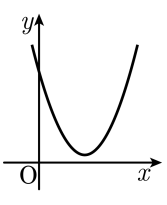
부채꼴의 넓이를 y, 반지름의 길이를 x 라 하면

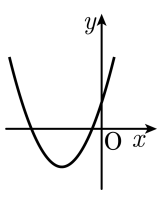
$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (12 - 2x) \\ &= x(6 - x) \\ &= -x^2 + 6x \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) \\ &= -(x - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

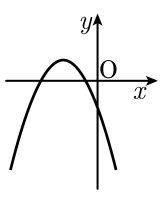
이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
따라서 꼭짓점이 $(3, 9)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 3$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 9를 가진다.

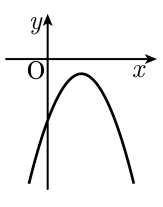
44. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

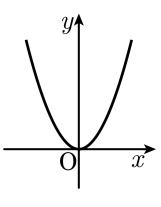


① 

② 

③ 

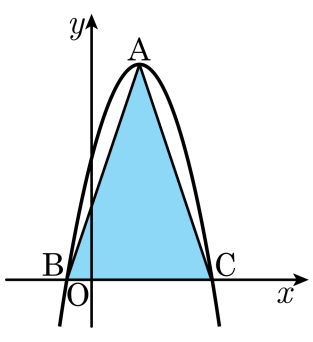
④ 

⑤ 

해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

45. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

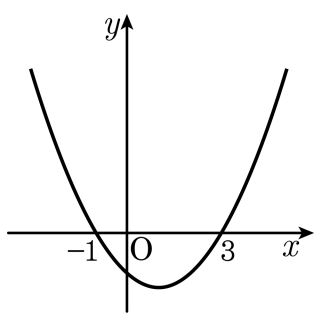


① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A $(2, 9)$
$y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$
$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
따라서 두 점 B , C 의 좌표는 B $(-1, 0)$, C $(5, 0)$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

46. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $9a + 3b + c > 0$

㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
$\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
$a + b + c < 4a + 2b + c$

47. $x=1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$y=a(x-1)^2+1$

$=a(x^2-2x+1)+1$

$=ax^2-2ax+a+1$

$a+1=2,\ a=1$

$y=(x-1)^2+1$

$p=1, q=1$

$\therefore apq=1$

48. $x+y=10$ 일 때, x^2+y^2 의 최솟값을 구하면?

① 10 ② 24 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$y=10-x$

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= x^2+(10-x)^2 \\ &= x^2+x^2-20x+100 \\ &= 2x^2-20x+100 \\ &= 2(x^2-10x+25-25)+100 \\ &= 2(x-5)^2+50 \end{aligned}$$

따라서 $x=5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

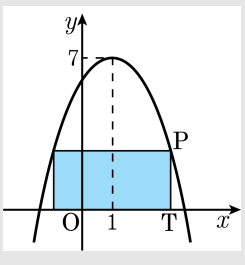
49. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는
$(t, \ -t^2 + 2t + 5)$ 이다.
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$,
직사각형의 세로의 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\begin{aligned}(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1) - t^2 + 2t + 5\} \\ &= 2(-t^2 + 4t + 3) \\ &= -2t^2 + 8t + 6 \\ &= -2(t-2)^2 + 14\end{aligned}$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

50. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 ym 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면
$45 = 45 + 40x - 5x^2$
$5x^2 - 40x = 0$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x - 8) = 0$
$x = 0$ 또는 $x = 8$
따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.