1. 다음에서 이차함수인 것은?

① $y = -5x + 2$
② $y = x^2 - (x-2)^2$
③ $y = 3 - 2x^2 + x(1+x)$
④ $y = -\frac{1}{2}x^3 + 1$
⑤ $y = (x-2)^2 - (x+1)^2$

해설

③ $y = -x^2 + x + 3$

2. 함수 $f(x)=x^2-x+1$ 에 대해서 $f(1)+f(2)$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)=x^2-x+1$ 에서

$f(1)=1-1+1=1$

$f(2)=4-2+1=3$

$\therefore f(1)+f(2)=1+3=4$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a,\ a^2 - 9)$ 를 지나므로

$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$

$\frac{3}{2}a^2 = 9$

$a^2 = 6$

$a < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{6}$

4. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

① $y=-4x^2$ ② $y=\frac{1}{3}x^2$ ③ $y=-3x^2$
④ $y=-\frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y=-2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2의 계수) >0 이므로 $y=\frac{1}{3}x^2$

5. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=\frac{1}{5}x^2$	㉢ $y=x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

6. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=2$ 일 때 $y=12$ 이다. x 의 값이 1 에서 4 까지 3 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하면?

① 42　② 43　③ 44　④ 45　⑤ 46

해설

$y=ax^2$, $f(2)=12$ 이므로

$12=a\times 2^2$, $a=3$

$y=3x^2$

$f(1)=3\times 1^2=3$

$f(4)=3\times 4^2=48$

$\therefore 48-3=45$

7. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 식은?

① $y = -(x-2)^2$ ② $y = -2x^2$ ③ $y = 2x^2$

④ $y = -x^2 + 2$ ⑤ $y = x^2 - 2$

해설

$y = x^2 - 2$

8. 이차함수 $y = -(x+2)^2$ 의 y의 값의 범위는?

① $y \geq -1$ ② $y \leq -1$ ③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$ ⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

9. 이차함수 $y=-\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7,a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$y=-\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y=\frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(7,\ a)$ 를 대입하면 $a=\frac{5}{4}\times 4^2=20$ 이다.

10. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ b)$ 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

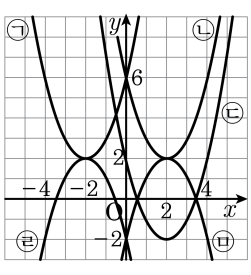
▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$y = 2x^2 + 4x + 1$
$= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 1$
$= 2(x + 1)^2 - 1$
꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$ 이므로 $a = b = -1$
y절편이 c이므로
$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$
$\therefore c = 1$
$\therefore\ a + b + c = -1$

11. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$ 의 그래프를 구하여라.



① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$

$= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6$

$= (x - 2)^2 + 2$ 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 2)$ 이고, y 절편은 6 이므로 그래프는 ㉡ 이다.

12. $y = (k+1)(k-2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1	㉡ 2	㉢ 3	㉣ −1	㉤ −2
㉥ −3				

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k+1)(k-2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 2$ 이다.

13. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y=(x-2)^2-10$ ② $y=(x-2)^2+8$

③ $y=2(x-2)^2-10$ ④ $y=2(x+1)^2+8$

⑤ $y=2x^2-2$

해설

$y=a(x-2)^2+b=ax^2-4ax+(4a+b)$ 에 $(0,\ -2)$, $(-1,\ 8)$ 을 대입하면,

$-2=4a+b, 8=9a+b$

$\therefore\ y=2(x-2)^2-10$

14. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는?

① $y = -3x^2 + 1$　② $y = x^2 + 4x$

③ $y = (x-2)^2 + 1$　④ $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤ $y = -(x+1)(x-3)$

해설

① 최댓값 : 1
② $y = (x+2)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 없다.
③ 최댓값은 없다.
④ $y = -(x-2)^2 + 3$ 이므로 최댓값은 3
⑤ $y = -(x-1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4

15. 이차함수 $y=-x^2+4x-3$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+3$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$
최댓값 $m=1$
$y=\frac{1}{3}x^2+2x+3=\frac{1}{3}(x+3)^2$
최솟값 $n=0$
$\therefore mn=1\times 0=0$

16. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$-18 = a \times 3^2$
$-18 = 9a$
$\therefore\ a = -2$

17. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y=(x-1)^2+3$　② $y=(x+1)^2+3$

③ $y=x^2+2$　④ $y=x^2+3$

⑤ $y=3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y=ax^2$ 이고, 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로

$3=a\times(-1)^2$, $a=3$

$\therefore y=3x^2$

18. 이차함수 $y = ax^2 + 3$ 의 그래프는 이차함수 $y = 2(x+b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수 $y = 2(x+b)^2 - c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x+b+2)^2 - c + 3$ 이다.

$ax^2 + 3 = 2(x+b+2)^2 - c + 3$ 이므로 $a = 2$, $b+2 = 0$, $-c+3 = 3$ 이다.

따라서 $a = 2$, $b = -2$, $c = 0$ 이므로 $a+b+c = 2-2+0 = 0$

19. 이차함수 $y = 4(x+3)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 식은?

① $y = 4(x+1)^2 + 2$
② $y = 4(x+5)^2 + 2$
③ $y = \frac{1}{4}(x+1)^2 + 2$
④ $y = 4(x-1)^2 + 3$
⑤ $y = -4(x-2)^2 - 3$

해설

$y = 4(x+3-2)^2 + 5 - 3 = 4(x+1)^2 + 2$

20. 점 $(2,\ 5)$ 는 이차함수 $y = 2x^2 + q$ 위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

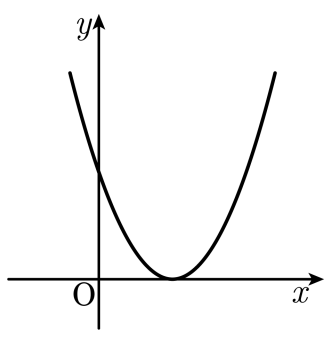
① $(-3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(0,\ -3)$

④ $(3,\ 0)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$y = 2x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(2,\ 5)$ 를 지나므로
$5 = 2(2)^2 + q \quad \therefore q = -3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$ 이다.

21. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



① $a > 0$, $p > 0$ ② $a > 0$, $p < 0$ ③ $a < 0$, $p = 0$
④ $a < 0$, $p < 0$ ⑤ $a < 0$, $p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0,\ p > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, \ -2)$ 이다.

③ y 절편은 -2 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.

⑤ $(1, \ 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

23. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
다. $y = -2x^2 + x - 3$
라. $y = (x-1)^2 + 1$

① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

24. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y=(x-3)^2+2$　　㉡ $y=-2x^2$

㉢ $y=5(x+1)^2-4$　　㉣ $y=\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x-1$

㉤ $y=-0.5x^2+1$　　㉥ $y=\frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로
㉥,㉤,㉠,㉣,㉡,㉢

25. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = 3x^2 + 6ax + 4$
$= 3(x^2 + 2ax) + 4$
$= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2$
따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

26. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x축과의 교점의 좌표를 $(a,\ 0)$, $(b,\ 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

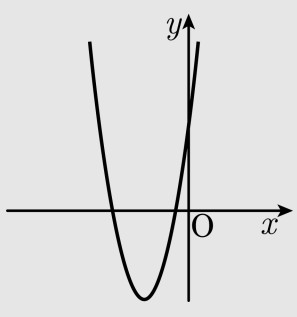
$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x - 7)(x - 1) = 0$
$\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
$\therefore a + b = 8$

27. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

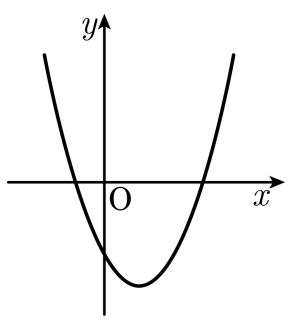
① 제 1 사분면　② 제 2, 3 사분면　③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면　⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x+2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를 그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



28. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?



① $a > 0$, $c < 0$ ② $a > 0$, $c > 0$ ③ $a < 0$, $c > 0$

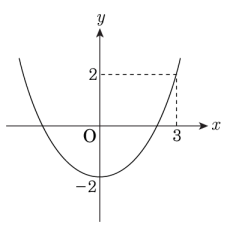
④ $a < 0$, $c < 0$ ⑤ $a > 0$, $c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래프이므로 $a > 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

29. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 4x^2 + 2$ ② $y = -4x^2 - 2$ ③ $y = 3x^2 - 2$

④ $y = \frac{2}{9}x^2 - 2$ ⑤ $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$

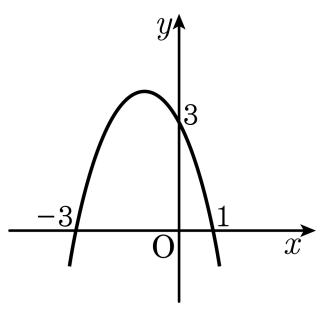
해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0,\ -2)$ 이므로 $y = ax^2 - 2$ 이고

$(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = 9a - 2,\ a = \frac{4}{9}$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$ 이다.

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?

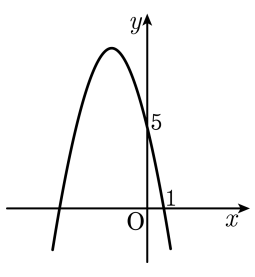


① -6 ② -2 ③ 0 ④ 4 ⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x+3)(x-1)$
y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면
$3 = -3a$
$\therefore\ a = -1$
따라서 구하는 식은
$y = -(x+3)(x-1) = -x^2 - 2x + 3,\ b = -2, c = 3$
$\therefore a + b + c = 0$

31. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 최댓값을 구하면?



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$y = -x^2 + ax + b$가 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 5)$ 를 지나므로 $b = 5$,

$0 = -1 + a + b$, $a = -4$

$y = -x^2 - 4x + 5$

$= -(x+2)^2 + 9$

$x = -2$ 일 때, 최댓값은 9 이다.

32. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값은?

① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$y = x^2 - 6x - 5$
$= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5$
$= (x-3)^2 - 14$

$\therefore x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

33. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18-x)$ 이다.

$y = x(18-x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$

$y = -(x-9)^2 + 81$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

34. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x가 어떤 값을 갖더라도 y의 값은 양수 또는 0이다.

② $x > 0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

③ $x = 0$일 때 $y = 0$이고, y의 최댓값은 0이다.

④ 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하다.

⑤ y의 값의 범위는 $y \geq 0$이다.

해설

③ 아래로 볼록한 그래프이므로 $x = 0$일 때 y의 최솟값이 0이다.

35. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(m, 5)$ 를 지난다. 이때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = -1$

▷ 정답: $m = 3$

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$

점 $(m, 5)$ 를 지나므로

$\frac{1}{2}(m-1)^2 + 3 = 5$

$(m-1)^2 = 4$

$m - 1 = \pm 2$

i) $m - 1 = 2$

$m = 3$

ii) $m - 1 = -2$

$m = -1$

$\therefore$ $m = -1$ 또는 $m = 3$

36. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$y = x^2 + ax + 2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$

축이 $x = 2$ 이므로 $-\frac{a}{2} = 2$,

$\therefore\ a = -4$

37. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$y = -3x^2 + kx + 7$

$= -3(x-4)^2 + 55$

$= -3x^2 + 24x + 7$

$\therefore k = 24$

38. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

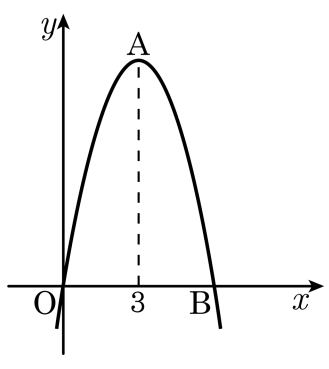
▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore \ k > 4$

39. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6,\ 0)$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + q$ 에서 점 $(6,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = -(6-3)^2 + q,\ q = 9$ 이다.
$y = -(x-3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$
$b = 6,\ c = 0\ \therefore b - c = 6$

40. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

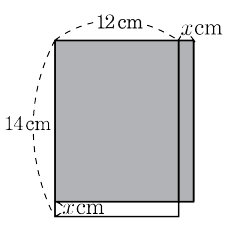
▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x + a)^2 + 2a^2 + 8a$
$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a + 2)^2 - 8$
따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

41. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 1 cm

해설

$y = (12 + x)(14 - x)$
$= -x^2 + 2x + 168$
$= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168$
$= -(x - 1)^2 + 169$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

42. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20-2a) = a(10-a) = -a^2+10a \\ &= -(a^2-10a+25)+25 \\ &= -(a-5)^2+25 \end{aligned}$$

$a=5$, $b=25$

따라서 $a+b=30$ 이다.

43. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t-8t^2)$m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$h=-8t^2+40t=-8\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+50$

$\therefore$ 50m

44. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

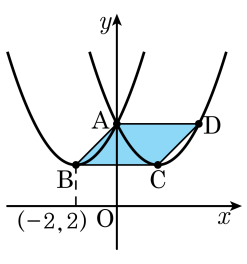
$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2$, $\frac{b}{a} = -4$, $\frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$

45. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



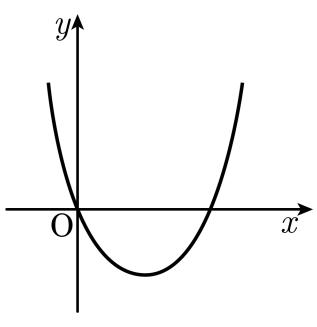
▶ 답:

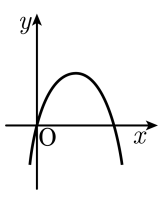
▷ 정답: 8

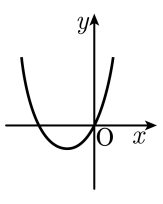
해설

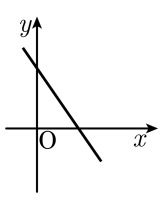
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$에서 $(2,\ 2)$로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4\times 2=8$ 이다.

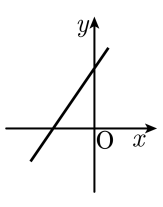
46. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

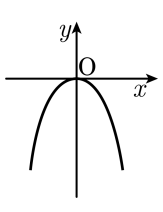


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\dfrac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

47. $x=-3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 라 할 때, 상수 a,b,c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16}{27}$

해설

$y=a(x+3)^2+4$
$=a(x^2+6x+9)+4$
$=ax^2+6ax+9a+4$

$9a+4=2,\ 9a=-2$ 이므로 $a=-\frac{2}{9}$

$y=-\frac{2}{9}x^2-\frac{4}{3}x+2$

$\therefore abc=\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times 2=\frac{16}{27}$

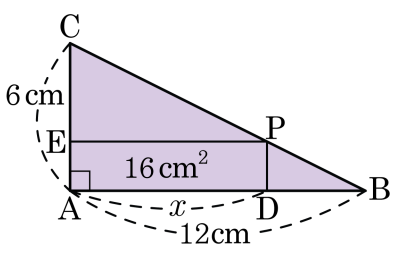
48. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$
$M = k^2 + 4k$ 이므로
$M = (k+2)^2 - 4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

49. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \backsim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$

즉, $\overline{CE} : x = 6 : 12$

$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$

따라서 $\overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x$ 이므로 $x\left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$

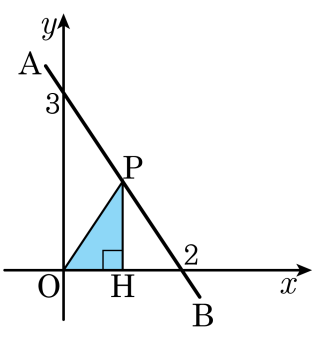
$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$

$x^2 - 12x + 32 = (x-4)(x-8) = 0$

$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = 8$

그런데 $6 < x < 12$ 이므로 $x = 8(\text{cm})$

50. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, △POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$ 을 지나므로

$y = -\frac{3}{2}x + 3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned} \triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.